

Compreensão de crianças sobre as relações inversas sem explicitação numérica

Sintria Labres Lautert^I

Danielle Cavalcanti Almeida de Oliveira^{II}

Jane Correa^{III}

Compreensão de crianças sobre as relações inversas sem explicitação numérica

RESUMO

O presente estudo investiga a compreensão de crianças acerca da covariação entre os termos da divisão sem a presença explícita do número, buscando verificar se há diferença de desempenho quando se inclui quantidades que são expressas por números ou por códigos relativos. Setenta e dois estudantes, de uma escola particular do Recife, distribuídos em três grupos: Infantil 3, 1º ano e 2º ano, foram solicitados a resolver 12 problemas de divisão, considerando duas condições: C1 (com a presença explícita do número), C2 (com a presença de códigos relativos). Os resultados revelam que as crianças do 1º e 2º anos apresentam melhor desempenho quando os problemas são apresentados na C2, diferentemente das crianças do Infantil 3 que apresenta melhor desempenho na C1. Estes resultados apontam que o uso do código relativo parece auxiliar as crianças nos anos iniciais, principalmente as que estão iniciando aprendizagem de operações a pensarem nas relações presentes nos enunciados dos problemas.

Palavras-chave: Relações inversas; Problemas de divisão; Aprendizagem.

Children's understanding about inverse relationships without numerical explicitation

ABSTRACT

The current study investigates children's understanding of covariation between division terms without explicit presence of the number, seeking to verify whether there is a difference in performance when quantities expressed by numbers or relative codes are included. 72 students from a private school in Recife divided into 3 groups: kindergarten 3, 1st grade and 2nd grade, were asked to solve 12 division problems considering two conditions: C1 (with the explicit presence of the number), C2 (with the presence of relative codes). Results show children from 1st and 2nd grade perform better with C2 problems whereas children from kindergarten 3 display a better

performance with C1 problems. These results indicate the use of relative codes does seem to help children in early years, especially those beginning to learn operations, to think about the relations in mathematical problems.

Keywords: Inverse relationships; Division problems; Learning.

La comprensión de niños sobre las relaciones inversas sin explicitación numérica

RESUMEN

El presente estudio investiga la comprensión de niños acerca de la covariación de los términos de la división sin la presencia explícita del número. El objetivo es verificar si hay diferencia en el desempeño cuando se incluyen cantidades que son expresadas por números o por códigos relativos. Participaron 72 estudiantes pertenecientes a una escuela particular de Recife (Brasil), distribuidos en tres grupos: Prescolar (Infantil 3), primero y segundo año. Estos grupos resolvieron 12 problemas de división considerando dos condiciones: C1 (con la presencia explícita del número) y C2 (con la presencia del código relativo). Los resultados revelan que los niños de 1º y 2º año presentan mejor desempeño cuando los problemas son presentados en la C2, a diferencia de los niños de prescolar (Infantil 3) que presentan mejor desempeño en la C1. Estos resultados apuntan a que el uso del código relativo parece ayudar a los niños en los años iniciales, principalmente a aquellos que están iniciando el aprendizaje de operaciones a pensar sobre las relaciones presentes en los enunciados de los problemas.

Palabras claves: Relaciones inversas; problemas de división; Aprendizaje.

Introdução

A maioria das crianças tem contato direto com situações que envolvem ideias matemáticas bem antes de entrarem na escola (Silva, & Rego, 2006). São os anos iniciais das crianças na escola que favorecem o primeiro contato formal com a matemática, inserindo-as no mundo numeralizado, com o reconhecimento de números, contagem, escrita dos numerais, separação por quantidade, aspectos necessários para que o ensino da matemática possa ser desenvolvido.

A análise da atividade matemática, segundo Falcão (2008), pode ser compreendida considerando três fatores: a matemática escolar – o contato com a matemática a partir do momento em que há a formalização do ensino dentro do espaço escolar, a matemática extraescolar – conhecimento intuitivo da matemática a partir das situações cotidianas, e a matemática dos matemáticos – a matemática enquanto saber acadêmico, enquanto objeto de investigação.

O processo de aprendizagem das operações matemáticas não se inicia ou se reduz ao domínio do algoritmo canônico específico de cada uma delas. No caso das estruturas multiplicativas, particularmente, no da divisão (Correa, Meireles, & Curvelo, 2000; Correa, Nunes, & Bryant, 1998; Lautert, Chagas, & Spinillo, 2011; Lautert, Spinillo, Correa, 2009; Papic, Mulligan, & Mitchelmore, 2009), é fundamental a compreensão sobre a natureza desse conceito e as formas de raciocinar implementadas pelos estudantes.

Pesquisas sobre divisão desenvolvidas com crianças, em geral, focalizam atenção nas concepções iniciais sobre a divisão (por exemplo, Anghileri, 1993; Correa, 1996; Correa, Nunes, & Bryant, 1998; Kornilaki, & Nunes, 1997; Squire, & Bryant, 2002), nas estratégias e procedimentos de resolução adotadas na resolução de problemas (por exemplo, Lautert & Spinillo, 1999; Saiz, 2001; Selva, 1998). O estudo de Correa, Nunes e Bryant (1998) evidenciou que a noção de repartir (compartilhar), relacionada ao esquema de distribuição e a correspondência um para muitos, embora relevante e amplamente considerado na prática escolar, não garante a compreensão das relações entre os termos da divisão.

Entender a divisão enquanto operação matemática exige da criança uma compreensão que está para além da distribuição de objetos e/ou de números presente em problemas e operações. Na realidade, implica em uma comparação constante entre os elementos a serem divididos e o número de partes ou tamanho das partes em que o todo está sendo dividido, podendo o mesmo gerar um resto ou não. Compreender essas relações implica entender um dos invariantes operatórios que regem o conceito da divisãoⁱ, as relações de covariação entre os termos da divisão quando o dividendo é mantido constante (Correa et al., 1998; Kornilaki, & Nunes, 1997; Lautert et al., 2012; Spinillo et al., 2016; Squire, & Bryant, 2002).

No Ensino Fundamental, percebe-se claramente a utilização dos números como representação de quantidades e relações, sendo as operações compreendidas como transformações que são empregadas às quantidades ou às relações. A noção de quantidade desenvolve-se primeiro. Porém, com o acesso aos números, as crianças começam a sofisticar a compreensão acerca de quantidades (Nunes, 2012). Desta forma, torna-se comum a utilização de números expressando as quantidades.

As quantidades podem também ser expressas de forma não numérica, por meio dos chamados códigos relativos, ou seja, por termos como: maior, menor, mais, menos. Os códigos relativos são bastante utilizados por crianças mais novas para expressar quantidades, principalmente, quando, ainda, não conseguem realizar uma contagem numérica precisa. As crianças mais novas se apegam às relações para lidarem com questões matemáticas que exijam dela operar com quantidades. Tal possibilidade é compreendida como significativa, uma vez que parece haver mais sentido para as crianças mais novas pensarem as quantidades com códigos relativos para resolverem problemas simples (Bryant, 1974; Correa et al., 1998).

A necessidade de adentrar pelo viés do processo de compreensão das crianças acerca de tais relações, sem a presença explícita de numerais e quantidades, na resolução de problemas simples, surge como algo que possa vir a contribuir para a compreensão acerca do ensino e da aprendizagem da divisão nos anos iniciais.

Para Nunes (2012; 2016), os números são utilizados para representar quantidades e relações, e as operações são transformações aplicadas às quantidades ou as relações que podem ser acionados na resolução de problemas. Seria possível, então, à criança pensar nas relações envolvidas na resolução de problemas sem a presença explícita de numerais expressando quantidades, mas sim em quantidades expressas por códigos relativos? Desta forma, considera-se a necessidade de refletir com mais intensidade, em diferentes momentos da escolarização acerca desta questão.

ⁱ Spinillo, Lautert e Silva (2016, p. 36) apontam cinco invariantes operatórios mobilizados pelos indivíduos para lidar com o conceito de divisão, a saber: "(i) o todo deve ser distribuído em partes iguais; (ii) o todo deve ser distribuído exaustivamente até que não seja possível uma nova rodada de distribuição de seus elementos; (iii) o todo inicial é constituído pelo número de partes multiplicado pelo tamanho das partes mais o resto; (iv) relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes em que o todo foi dividido; e (v) o resto não pode ser maior nem igual ao tamanho das partes ou ao número de partes em que o todo foi dividido."

Reflexões sobre as relações inversas entre os termos envolvidos na divisão, quer expressos por códigos relativos, quer por sua expressão numérica, parecem ser algo ainda pouco estudado no aprendizado escolar. Tais investigações poderiam fornecer subsídios para o ensino e a aprendizagem de um dos princípios invariantes da divisão: relações de covariação entre os termos da divisão quando o dividendo é mantido constante.

A habilidade de coordenar os significados envolvendo quantidades, números, operações e relações são cruciais para a resolução de problemas, devendo estes serem explorados no contexto escolar (Nunes, 2012; 2016). Neste sentido, investiga-se a compreensão de crianças nos anos iniciais de escolarização, referente à resolução de problemas de divisão, acerca das relações inversas entre quociente e divisor quando o dividendo é mantido constante, sem a presença explícita do número; buscando verificar se há diferença de desempenho na solução de problemas de divisão quando incluem quantidades que são expressas por números ou por códigos relativos, conforme a experiência escolar.

Método

Participantes

Setenta e duas crianças de classe média de uma escola particular da cidade de Recife, com escolaridade entre a Educação Infantil e o 2º ano do Ensino Fundamental I. Vinte e quatro crianças frequentavam o último ano da Educação Infantil (Infantil 3) (M = 5 anos e 3 meses, DP = 5 meses) e estavam se apropriando de noções introdutórias da matemática, como quantidades e números no contexto escolar. Vinte e quatro crianças cursavam o 1º ano do Ensino Fundamental I (M = 6 anos e 3 meses, DP = 5 meses) e começavam a ter contato com problemas envolvendo relações matemáticas com quantidades expressas numericamente. Finalmente, 24 crianças, no 2º ano do Ensino Fundamental I (M = 7 anos e 3 meses, DP = 5 meses), apresentavam noções acerca das operações formais com as estruturas aditivas, mas que ainda estão iniciando a formalização dos conceitos advindos de estruturas multiplicativas – como a divisão. A participação de crianças na Educação Infantil e no Ensino Fundamental visou à compreensão do desenvolvimento da concepção de relações inversas entre os termos da divisão à medida que as crianças ampliavam, os seus conhecimentos matemáticos envolvendo quantidades, números, relações matemáticas e operações.

Procedimentos e tarefas

Todas as crianças foram solicitadas a resolver, individualmente, em duas sessões, 12 problemas de divisão envolvendo as relações inversas entre o quociente e o divisor quando o dividendo é mantido constante em duas condições. Na Condição 1, os problemas envolveram a presença de quantidades explícitas numericamente, requerendo o uso de estimativas para a sua resolução. Na Condição 2, os problemas incluíam códigos relativos, sem a presença explícita de números. Em cada condição, as crianças foram solicitadas a resolver seis problemas, sendo três de divisão por partição e três de divisão por quotasⁱⁱ. Os problemas apresentados nas duas condições são ilustrados no Quadro.

Os problemas foram apresentados em cartelas, que ficaram disponíveis para criança durante todo o tempo, após a leitura do problema pelo examinador. Foi

ⁱⁱ Nos problemas de divisão por partição é dada uma quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em que esta quantidade deve ser distribuída, devendo-se encontrar o tamanho de cada parte (número de elementos). Nos problemas de divisão por quotas é dada uma quantidade inicial que deve ser dividida em quotas preestabelecidas (tamanhos das partes).

Quadro. Exemplos dos problemas de divisão por partição e por quotas nas diferentes condições

Condição 1	Condição 2
Ivete e Diana foram a uma floricultura e cada uma comprou 21 rosas. Ivete quer colocar suas rosas em 3 vasos e Diana quer colocá-las em 7 vasos. Quem vai ter vasos com mais rosas, Ivete ou Diana? Por quê? (Problema de partição)	Camila e Patrícia ganharam a mesma quantidade de maçãs cada uma, para colocar em cestas. Camila tem menos cestas do que Patrícia. Quem vai ter cestas com mais maçãs, Camila ou Patrícia? Por quê? (Problema de partição)
Luana e Marta foram a uma festa e cada uma ganhou 15 pulseiras de brinde. Luana quer colocar 3 pulseiras na bolsa e Marta quer colocar 5 pulseiras na bolsa. Quem vai precisar de mais bolsas para colocar todas as pulseiras, Luana ou Marta? Por quê? (Problema de quotas)	Rafael e Mateus foram ao cinema e convidaram alguns amigos. Cada um comprou a mesma quantidade de pipocas para dar aos amigos. Rafael tem mais amigos do que Mateus. Quem vai receber menos pipocas, os amigos de Rafael ou os amigos de Mateus? Por quê? (Problema de quotas)

dada a seguinte instrução: “*Eu vou ler um problema e gostaria que você pensasse sobre o problema para responder. Se você desejar poderá usar lápis e papel para resolver*”. Optou-se por pares numéricos menores do que 25, pois as crianças na Educação Infantil já tinham sido instruídas no contexto escolar sobre esses valores. Ressalta-se que foi realizado, também, o controle da quantidade de palavras existentes nos problemas ($M = 43$ palavras; $DP = 4,292$; mínimo 34 e máximo 48). O controle do número de palavras, como a presença das cartelas com os problemas escritos, em ambas as condições, foi realizado com o intuito de controlar efeitos da memória de trabalho.

As sessões foram realizadas por um único examinador, com intervalos entre elas de dois a seis dias. A realização do problema foi contrabalanceada. Metade das crianças de cada grupo realizou a Condição 1 primeiro e, depois, a Condição 2 e a outra metade iniciou pela Condição 2, seguida da Condição 1.

Análise dos dados e resultados

Os dados foram analisados considerando o desempenho (número de acertos) e as justificativas adotadas, por tipo de problemas (partição ou quotas) e nas diferentes condições (Condições 1 e 2)ⁱⁱⁱ. A Tabela 1 apresenta a média de resoluções corretas nos problemas em cada condição em função da escolaridade.

Diferenças significativas foram encontradas apenas entre a Educação Infantil e o 1º ano ($t = 2,19$; $p = 0,03$) na Condição 1. Não foram detectadas diferenças significativas quando comparados a Educação Infantil e o 2º ano ou do 1º ano e o 2º ano. Tais resultados revelam que as crianças que estão se apropriando de noções introdutórias na matemática, como quantidades e números (Educação Infantil) parecem não prestar tanta atenção para as relações de covariação quando não existe a presença dos números quando comparada aos demais anos.

Para examinar as diferenças entre as duas condições em cada um dos grupos aplicou-se o teste t para amostras pareadas. Como pode ser observado na Tabela 1, as crianças da Educação Infantil apresentam desempenhos semelhantes nas duas condições. Já as crianças do 1º e 2º anos apresentaram melhor desempenho na Con-

ⁱⁱⁱ Considerando o escopo da investigação, foi empregado o teste t de Student para amostras independentes e relacionadas, posto ser necessário fazer uma comparação entre médias em duas direções, intergrupos (Educação Infantil, 1º ano e 2º ano), e intragrupos (por exemplo, verificando diferenças entre Condição 1 e Condição 2 e tipos de problemas separadamente), utilizando-se como instrumento o software de estatística SPSS (*Statistical Package for the Social Sciences*).

Tabela 1. Média de acertos e desvio-padrão por condição e escolaridade

Grupo		Condição 1 Presença explícita do número	Condição 2 Presença de códigos relativos
Grupo 1 Educação Infantil	Média	0,3194	0,3750
	N	24	24
	Desvio-padrão	0,18334	0,20996
Grupo 2 1º ano	Mean	0,2014	0,3889
	N	24	24
	Desvio-padrão	0,19021	0,20064
Grupo 3 2º ano	Mean	0,2222	0,4167
	N	24	24
	Desvio-padrão	0,29352	0,23052
Total	Média	0,2477	0,3935
	N	72	72
	Desvio-padrão	0,23066	0,21175

dição 2, quando comparado à Condição 1 (1º ano $t = -3,790$, $p = 0,001$ e 2º ano: $t = -3,753$, $p = 0,001$). Esses resultados apontam que no período inicial da escolarização, os códigos relativos parecem facilitar o raciocínio da criança em relação aos problemas de divisão com relações inversas entre os termos, sendo a condição numérica mais complexa. Para as crianças da Educação Infantil, que ainda não estão formalmente inseridas nas operações matemáticas, tanto a condição que expressa as quantidades pelos números quanto a condição que expressa as quantidades pelos códigos relativos proporcionam um grau de dificuldade equivalentes. Tal fato parece indicar que a criança concentra a sua atenção para os valores numéricos, por achar ser mais relevante na resolução dos problemas, deixando de prestar a atenção para as relações presentes no enunciado dos problemas. Em outras palavras, talvez prestar a atenção para as relações e para os números simultaneamente, seja algo mais difícil para as crianças que estão iniciando o processo de escolarização.

Perguntou-se, então, se o desempenho das crianças nas duas condições poderia estar associado ao tipo de problema (partição e quota), sendo a proporção média de acertos aos problemas apresentada na Tabela 2.

Não foram encontradas diferenças estatisticamente significativas entre os problemas de partição e de quotas, para cada condição quando se considera o 1º e 2º anos. O teste estatístico teste t detectou diferenças significativas apenas no Grupo 1 (Infantil 3; $t = -2,304$; $p = 0,031$). Uma possível explicação para essa evidência pode estar relacionada ao fato das crianças poderem resolver os problemas considerando os números/quantidades dadas para as quotas preestabelecidas e, a partir desses valores, contar a quantidade encontrada.

As justificativas

A análise das justificativas das crianças tomou por base o estudo realizado por Lautert, Spinillo e Correa (2009), no qual são identificados três tipos de justificativas, sendo essas descritas e exemplificadas a seguir.

Justificativa 1 (J1) – a criança apresenta explicações imprecisas, circulares, que não permitem identificar se alguma relação entre os termos da divisão foi estabelecida, incluindo-se nessa categoria as respostas sem justificativas (ver Exemplo 1).

Tabela 2. Média de acertos e desvio-padrão por condição, tipo de problema e escolaridade

Grupo		Condição 1 (Presença explícita do número)		Condição 2 (Presença de códigos relativos)	
		Partição	Quotas	Partição	Quotas
Grupo 1 Educação Infantil	Média	0,2083	0,2083	0,1667	0,2778
	N	24	24	24	24
	Desvio-padrão	0,23698	0,19193	0,19659	0,23399
Grupo 2 1º ano	Média	0,0972	0,1111	0,2639	0,2500
	N	24	24	24	24
	Desvio-padrão	0,20803	0,16051	0,21934	0,22522
Grupo 3 2º ano	Média	0,1528	0,2083	0,2778	0,2222
	N	24	24	24	24
	Desvio-padrão	0,24035	0,27474	0,28937	0,23399
Total	Média	0,1528	0,1759	0,2361	0,2500
	N	72	72	72	72
	Desvio-padrão	0,23024	0,21647	0,24022	0,22897

Exemplo 1: Bruna e Rodrigo são professores, cada um deles comprou a mesma quantidade de bombons para presentear seus alunos. A professora Bruna tem mais alunos do que o professor Rodrigo. Quem vai receber menos bombons, os alunos da professora Bruna, ou os alunos do professor Rodrigo? (Condição 2, problema de partição)

C^{iv} – Bruna.

E – Por quê?

C – Porque ela... ela, sei não, mas é porque, é... esqueci, sei não.

Exemplo 1. Extrato do Protocolo 6, criança do sexo masculino, 7 anos, Grupo 3

Justificativa 2 (J2) – indicam alguma compreensão sobre as relações entre os termos, porém não expressam um entendimento a respeito das relações inversas – a criança considera apenas um dos termos da divisão, ou quando considera ambos os termos, confunde os valores do divisor e do quociente. Por exemplo (ver Exemplos 2, 3, 4 e 5):

Exemplo 2: Ivete e Diana foram a uma floricultura e cada uma comprou 21 rosas. Ivete quer colocar suas rosas em 3 vasos e Diana quer colocá-las em 7 vasos. Quem vai ter vasos com mais rosas, Ivete ou Diana? Por quê? (Condição 1 – Problema de Partição)

C – Ivete.

E – Por quê?

C – Porque... porque ela tem muita rosa... 21.

Exemplo 2. Extrato do Protocolo 3, criança do sexo feminino, 6 anos, Grupo 1

^{iv} Convenções adotadas: C (Criança) e E (Examinador).

Compreensão de crianças sobre as relações inversas sem explicitação numérica

Exemplo 3: Rafael e Mateus foram ao cinema e convidaram alguns amigos. Cada um comprou a mesma quantidade de pipocas para dar aos amigos. Rafael tem mais amigos do que Mateus. Quem vai receber menos pipocas, os amigos de Rafael ou os amigos de Mateus? Por quê? (Condição 2 – Problema de Quotas)

- C - Rafael.
- E - Por quê?
- C - Porque ele tem muita pipoca.

Exemplo 3. Extrato do Protocolo 6, criança do sexo feminino, 5 anos, Grupo 1

Exemplo 4: Camila e Patrícia ganharam a mesma quantidade de maçãs cada uma, para colocar em cestas. Camila tem menos cestas do que Patrícia. Quem vai ter cestas com mais maçãs, Camila ou Patrícia? Por quê? (Condição 2 – Problema de Partição)

- C - Patrícia.
- E - Por quê?
- C - Porque ela tem mais cestas.

Exemplo 4. Extrato do Protocolo 18, criança do sexo feminino, 6 anos, Grupo 2

Exemplo 5: Luana e Marta foram a uma festa e cada uma ganhou 15 pulseiras de brinde. Luana quer colocar 3 pulseiras na bolsa, e Marta quer colocar 5 pulseiras na bolsa. Quem vai precisar de mais bolsas para colocar todas as pulseiras, Luana ou Marta? Por quê? (Condição 1 – Problema de Quotas)

- C - Marta.
- E - Por quê?
- C - Porque ela quer colocar cinco pulseiras

Exemplo 5. Extrato do Protocolo 11, criança do sexo masculino, 7 anos, Grupo 3

Justificativa 3 (J3) – indicam a compreensão das relações inversas entre os termos da divisão – a criança em sua justificativa consegue explicitar o princípio geral de que uma vez mantido constante o valor do dividendo, as relações entre o tamanho das partes e o número de partes são inversas, demonstrando uma compreensão das relações inversas entre os termos da divisão (ver Exemplos: 6,7 e 8).

Exemplo 6: Letícia e Alice foram a um parque fazer um piquenique. Cada uma levou 12 biscoitos para comer. Letícia quer colocar seus biscoitos em 2 potinhos, e Alice quer colocar seus biscoitos em 6 potinhos. Quem vai ter potinhos com mais biscoitos, Letícia ou Alice? (Condição 1, problema de partição)

- C - Letícia!
- E - Por quê?
- C - Porque vai ficar mais biscoitos no dela porque ela só tem dois potinhos, e Alice tem mais potinhos.

Exemplo 6. Extrato do Protocolo 5, criança do sexo feminino, 6 anos, Grupo 2

Exemplo 7: Rafael e Mateus foram ao cinema e convidaram alguns amigos. Cada um comprou a mesma quantidade de pipocas para dar aos amigos. Rafael tem mais amigos

do que Mateus. Quem vai receber menos pipocas, os amigos de Rafael ou os amigos de Mateus? (Condição 2 – Problema de Quotas)

C – Os amigos de Rafael.

E – Por quê?

C – Porque ele tem mais amigos do que Mateus e eles tem a mesma quantidade de pipocas.

Exemplo 7. Extrato do Protocolo 17 – criança do sexo feminino, 8 anos, Grupo 3

Exemplo 8: Ivete e Diana foram a uma floricultura e cada uma comprou 21 rosas. Ivete quer colocar suas rosas em três vasos, e Diana quer colocar suas rosas em 7 vasos. Quem vai ter vasos com mais rosas, Ivete ou Diana? Por quê? (Condição 1 – Problema de Partição)

C – Ivete

E – Por quê?

C – Porque ela colocou em menos vasos e Diana colocou em mais.

Exemplo 8. Extrato do Protocolo 15 – criança do sexo masculino, 8 anos, Grupo 3

As 864 justificativas foram analisadas por dois juízes independentes, cujo percentual de concordância foi de 94,45%, sendo os casos discordantes analisados por um terceiro juiz, também independente, cujo julgamento foi considerando para a classificação, sendo os resultados apresentados na Tabela 3.

De modo geral, constatou-se que, nos três grupos estudados, a justificativa que predominou nas duas condições foi a de Tipo 2, o que indica alguma compreensão sobre as relações entre os termos, porém não expressam um entendimento a respeito das relações inversas. A justificativa que teve menor frequência foi a justificativa do Tipo 1 (justificativas imprecisas) em ambas as condições para todos os grupos. Diferenças significativas foram encontradas entre as justificativas das

Tabela 3. Média de frequência de tipos de justificativas por grupo em cada condição

Grupo		Condição 1 (Presença explícita do número)			Condição 2 (Presença de códigos relativos)		
		Jus1	Jus2	Jus3	Jus1	Jus2	Jus3
Grupo 1 Educação Infantil	Média	0,96	3,71	1,33	1,75	2,79	1,46
	N	24	24	24	24	24	24
	Desvio-padrão	1,429	1,628	1,204	1,962	1,865	1,351
Grupo 2 1º ano	Média	0,37	5,00	0,63	0,67	3,92	1,42
	N	24	24	24	24	24	24
	Desvio-padrão	0,711	1,180	1,135	,816	1,213	1,283
Grupo 3 2º ano	Média	0,58	4,17	1,25	0,58	3,58	1,83
	N	24	24	24	24	24	24
	Desvio-padrão	01,442	2,200	1,917	1,248	1,442	1,239
Total	Média	0,64	4,29	1,07	1,00	3,43	1,57
	N	72	72	72	72	72	72
	Desvio-padrão	1,248	1,780	1,476	1,501	1,582	1,287

crianças, da Educação Infantil ao 2º. ano. As comparações entre as médias (Bonferroni) mostram que a justificativa Tipo 2 é significativamente mais frequente do que as outras. Os resultados de tal análise foram: a) para a Educação Infantil, Condição 1 ($F(2,46) = 17,38, p < 0,001$), b) para o 1º ano, Condição 1 ($F(2,46) = 101,97, p < 0,001$) e Condição 2 ($F(2,46) = 36,75, p < 0,001$) e, finalmente, c) para o 2º ano, Condição 1 ($F(2,46) = 16,47, p < 0,001$) e Condição 2 ($F(2,46) = 21,07, p < 0,001$).

Observa-se, ainda, que as Justificativas do Tipo 2 são mais frequentes para o 1º ano, quando comparado ao Grupo da Educação Infantil, na Condição 1 ($F(2,69) = 3,48, p = 0,04$) como na Condição 2 ($F(2,69) = 3,42, p = 0,04$).

Tais resultados apontam que, para as crianças que estão começando a ter contato com problemas envolvendo relações matemáticas, com quantidades expressas numericamente (1º ano), a presença do número parece influenciar na focalização do maior número presente no enunciado, quer seja o divisor ou o dividendo. Isso se deve possivelmente ao fato dessas crianças estarem iniciando seu contato mais direto com a divisão no sentido formal, e estarem ainda utilizando a ideia do maior número como algo a ser considerado, demonstrando que a experiência inicial que possuem acerca da divisão não parece ser suficiente para que compreendam as relações inversas (Correa, 1996).

As crianças da Educação Infantil deram significativamente mais justificativas do Tipo 1, do que as demais crianças, na Condição 2 ($F(2,69) = 5,03, p = 0,01$). Essa diferença pode ser atribuída à dificuldade inerente as crianças menores em explicar de forma mais clara seu raciocínio, o que pode gerar um maior número de respostas imprecisas. Comparações foram realizadas entre o 2º e o 3º anos, não sendo detectadas diferenças significativas em relação as justificativas nas duas condições. Tais resultados revelam uma maior uniformidade na forma de elaborar as explicações nestes dois grupos.

Constata-se na Tabela 3 que as crianças da Educação Infantil apresentam número mais expressivo de justificativas do Tipo 1 ($t = 2,06; p = 0,05$) e do Tipo 2 ($t = 2,11; p = 0,05$) na Condição 1 quando comparado à Condição 2. Uma possível explicação para esse resultado pode estar relacionada ao fato dos professores das crianças da Educação Infantil enfatizarem a comparação entre os números no contexto escolar (qual o número maior ou menor). Nesse momento da escolarização, o ensino dos números está relacionado a alguns aspectos tais como: comunicação de quantidades, utilizando a linguagem oral, a notação numérica e/ou registros não convencionais e a identificação da posição de um objeto ou número numa série, explicitando a noção de sucessor e antecessor. Tais questões reforçam a ideia de entender quem vem primeiro numa escala de contagem, quem, portanto, é maior ou menor, levando as crianças nessa fase a prestarem mais atenção nessas diferenças. Isto poderia estar contribuindo para que a resposta esteja acompanhada então do número maior, pois o que está sendo focalizado é o posicionamento dos números (quem vem antes – é o número menor e quem vem depois é o número maior).

No grupo do 1º ano, constata-se que as crianças apresentam um número maior de justificativas do Tipo 2 na Condição 1 ($t = 4,14, p < 0,01$), quando comparado à Condição 2, e apresentam mais justificativas do Tipo 3 na Condição 2 ($t = 3,80; p < 0,01$), quando comparado a Condição 1. Tais resultados parecem indicar que, quando as crianças estão começando a ter contato com problemas envolvendo relações matemáticas, que trabalham com quantidades expressas numericamente, a presença dos números não contribui para que elas pensem sobre as relações que estão envolvidas entre os termos da divisão quando o dividendo é mantido constante. Já quando os problemas são apresentados com códigos relativos parece

que as crianças tendem a pensar sobre as relações existentes entre os termos, pois como foi observado existe um número maior de Justificativas do Tipo 3 que demonstram a compreensão sobre as relações inversas. Esse resultado torna-se interessante, pois parece indicar que apresentar problemas envolvendo códigos relativos pode ser uma estratégia didática para o professor chamar a atenção dos estudantes para as relações de covariação entre os termos da divisão, principalmente quando as crianças estão iniciando esse processo de aprendizagem e tendem a ter melhor compreensão das situações envolvendo os códigos relativos por serem apresentadas a eles no início do seu percurso escolar.

No Grupo 3, não foram encontradas diferenças estatisticamente relevantes entre as condições no que diz respeito aos três tipos de justificativa. As crianças apresentam um percentual semelhante de Justificativas 1, Justificativas 2 e Justificativas 3, em ambas condições. Para esse grupo que está sendo formalmente instruído sobre as operações do campo conceitual das estruturas aditivas no contexto escolar, e sendo introduzida nas estruturas multiplicativas, a condição não parece ser relevante para que eles explicitem o raciocínio acerca das relações de covariação entre os termos da divisão quando o dividendo é mantido constante. Apresentam um padrão de justificativas mais equivalente entre as Condições 1 e 2, no entanto, se considerarmos os números apresentados na Tabela 3, é possível identificar que mesmo não sendo estatisticamente relevante, há uma diminuição nas Justificativas 2 e um aumento nas Justificativas 3 na Condição 2, mais uma vez revelando a possível facilitação dos códigos relativos na compreensão das relações inversas entre os termos da divisão.

Relações entre o desempenho e justificativas

Após a análise em separado do desempenho e das justificativas apresentadas em cada problema, buscou-se examinar se existiria alguma relação entre a justificativa e a resposta correta, conforme ilustrado na Tabela 4.

De forma geral, percebe-se que a predominância das Justificativas 3, que expressam a compreensão das relações inversas, é mais frequentemente acompanhada de respostas corretas; enquanto que a quase totalidade das Justificativas 2 é acompanhada de respostas incorretas, sendo essa justificativa que expressa os tipos de erros experienciados pelas crianças.

As Justificativas 2 com sua maior frequência reforçam os resultados encontrados de forma geral no que diz respeito a predominância de respostas incorretas entre os grupos, uma vez que esta expressa a dificuldade de compreensão das relações inversas, ou porque a criança focaliza a sua atenção em um dos termos, em geral, o divisor ou porque confunde o tamanho das partes com o número de partes. A maior frequência de respostas corretas associadas a Justificativas 3 demonstra que as crianças conseguiram expressar de forma clara e precisa uma compreensão coerente sobre as relações inversas entre os termos da divisão, tendo êxito na resolução dos problemas apresentados.

Tabela 4. Percentagem Média de resoluções corretas e incorretas em cada justificativa no total

Justificativas	Respostas	
	Correta	Incorreta
J1 (imprecisas) (n = 118)*	44 (37)	74 (63)
J2 (foco em um dos termos ou confunde ambos) (n = 556)	68 (12)	488 (88)
J3 (compreensão das relações inversas) (n = 190)	166 (87)	24 (13)

* Nota: n: corresponde ao número total de justificativas nas respostas apresentadas.

Discussão e conclusões

As conclusões dessa investigação buscam responder a duas questões centrais propostas na investigação: Será que o fato de apresentarmos problemas de divisão sem a presença de quantidades expressas em números e com quantidades expressas por códigos relativos levaria as crianças a resolverem os problemas envolvendo as relações de covariação entre o divisor e o quociente quando dividendo é mantido constante? A compreensão intuitiva das crianças acerca das relações inversas em problemas sem a presença de quantidades expressas por numerais, mas com as quantidades expressas por códigos relativos, ocorre de forma distinta nos diferentes anos iniciais de escolarização?

Primeiramente, a ideia de apresentar problemas de divisão sem a presença de quantidades expressas em números, e sim expressas em códigos relativos, como possibilidade de levar as crianças a resolverem os problemas de covariação quando o dividendo é mantido constante esteve presente nos problemas apresentados na Condição 2, enquanto que a Condição 1 apresentou os problemas de forma mais tradicional, com a expressão numérica das quantidades. Constatou-se que as crianças dos três grupos (Educação Infantil 3, 1º e 2º anos do Fundamental 1), em ambas as condições (C1 e C2), apresentam dificuldades em lidar com as relações de covariação entre o divisor e o quociente quando o dividendo é mantido constante. Os resultados revelaram que as crianças da 1º e 2º anos do Ensino Fundamental apresentam melhor desempenho quando os problemas são apresentados apenas com os códigos relativos (Condição 2), diferentemente da Educação Infantil 3 que apresenta melhor desempenho na Condição 1. Este estudo vem corroborar com os estudos (Correa et al., 1998; Lautert et al., 2009; 2012), ao evidenciar as dificuldades das crianças e revelar que Condição 2 (apresentação de códigos relativos), parece ser um caminho a ser explorado na escola para que as crianças reflitam sobre as relações inversas, principalmente para as crianças que estão iniciando o estudo das operações matemáticas no contexto escolar como é o caso das crianças do 1º ano (Grupo 2) e 2º ano (Grupo 3).

Para as crianças da Educação Infantil 3 (Grupo 1) que ainda não estão formalmente inseridas nas operações matemáticas, tanto a condição que expressa as quantidades pelos números quanto a condição que expressa as quantidades pelos códigos relativos proporcionam um grau de dificuldade equivalentes. Tais resultados revelam que, para essas crianças que estão iniciando o percurso pedagógico na qual estão se apropriando de questões introdutórias da matemática, concentrar a atenção para os valores numéricos, parece ser mais relevante na resolução dos problemas do que refletir sobre as relações presentes no enunciado dos problemas. Em outras palavras, talvez prestar a atenção para as relações e para os números simultaneamente, seja algo mais difícil para as crianças que estão iniciando o processo de escolarização.

Os códigos relativos como facilitadores da compreensão de crianças em problemas matemáticos não é uma constatação recente. Bryant (1974) trazia essa ideia ao colocar que as crianças resolveriam melhor problemas em que a representação fosse realizada por códigos relativos, pois poderiam elaborar respostas sem necessariamente precisar utilizar o cálculo, ou o algoritmo, o que muitas vezes é tido como difícil para as crianças no período inicial de escolarização. Compreendendo os códigos relativos como possíveis facilitadores no desenvolvimento do raciocínio acerca das relações inversas, pode-se pensar os benefícios futuros da utilização desses códigos em conceitos mais complexos oriundos do aprofundamento gradativo de conteúdos que ocorre durante a escolarização, e que vai sendo também delineado pelo próprio desenvolvimento cognitivo das crianças. O ensino da matemática nos anos iniciais aparece como possibilidade de observar o desenvolvimento cognitivo de tais crianças, no que diz respeito a resolução de problemas, estimulando o uso de estratégias diferenciadas.

Ao voltar o olhar para os tipos de problemas apresentados (partição e quota) em cada condição, pensando se haveria influência desses tipos de problema no desempenho relacionado a compreensão das relações de covariação entre os termos da divisão, observou-se que não houve diferença estatística relevante em relação ao tipo de problema apresentado nas Condições 1 e 2 entre as crianças do 1º e 2º anos; apenas para as crianças da Educação Infantil 3 foi detectado estatisticamente que essas possuem um melhor desempenho na Condição 2, nos problemas de divisão por quotas. Como pontuado uma explicação para tal evidencia pode estar relacionada ao fato das crianças poderem resolver os problemas considerando os números/quantidades dadas para as quotas preestabelecidas e a partir desses valores contar a quantidade a ser encontrada. Entretanto, esses resultados devem ser olhados com cautela devido ao quantitativo de problemas apresentados as crianças e os referentes apresentados para as quantidades, tendo em vista que não existe uma posição de consenso entre os pesquisadores no que se refere aos tipos de problemas como facilitadores ao desempenho nos problemas (por exemplo, Brown, 1981; Correa, 1996; Correa et al., 1998; Fishbein, Deri, Nello, & Marino, 1985; Kornilaki, & Nunes, 1997; Lautert et al., 2009; 2012; Nesher, 1988).

Constatou-se, também, que as Justificativas Tipo 2 que indicam alguma compreensão sobre as relações entre os termos, porém não expressam um entendimento a respeito das relações inversas foram as mais frequentes nos três grupos, em ambas condições. As Justificativas 3 que correspondiam a compreensão das relações inversas, foram predominantes na Condição 2 (códigos relativos) no G2 e G3, enquanto que no G1 tiveram maior frequência na Condição 1, em que há a presença de números expressando quantidades. Diante desses achados, percebe-se que apresentar problemas de divisão sem a presença de quantidades expressas em números e expressas em códigos relativos parece facilitar a compreensão das crianças acerca da resolução dos problemas de covariação quando o dividendo é mantido constante, nos anos iniciais de escolarização em que as crianças começam a entrar em contato com as operações matemáticas, como no caso do 1º ano (G2) e do 2º ano (G3) do Ensino Fundamental 1. Já para as crianças da Educação Infantil 3 (G1), a Condição, ou seja, a forma de apresentação dos problemas, não parece interferir na forma como pensam as relações inversas, uma vez que apresentam uma equivalência na frequência de justificativas que levam a evidenciar alguma compreensão das relações inversas em ambas as condições, mas ainda se sobressaem mais nos problemas da Condição 1.

Retomando à segunda questão proposta, a fim de desenvolver uma reflexão sobre a possibilidade de entre os anos iniciais de escolarização haver diferença sobre a compreensão intuitiva das crianças acerca das relações inversas em problemas sem a presença de quantidades expressas por numerais, mas com as quantidades expressas por códigos relativos, os achados desse estudo revelam que não, a compreensão dessas relações inversas se dá de forma semelhante nos anos iniciais de escolarização. O que vai se configurando como diferente é a forma como conseguem ir gradativamente elaborando melhor suas justificativas, o que pode ser evidenciado ao analisar a frequência de Justificativas 1 (imprecisas) entre os grupos, sendo possível perceber que tais justificativas aparecem mais no G1, o grupo que representa as crianças menores (5-6 anos), e que muitas vezes não conseguem explicar de forma clara como chegaram as respostas apresentadas. Percebe-se também que o tipo de erro vai mudando conforme os anos escolares vão avançando, sendo predominante na Educação Infantil 3 (G1), os erros envolvendo a focalização da resposta no maior divisor, enquanto que, para as crianças do 1º ano e do 2º ano do Ensino Fundamental 1 (G2 e G3), os erros estão mais atrelados à confusão entre o tamanho das partes e o número de partes. Tais achados ecoam com a ideia de que a compreensão das relações inversas é vivenciada com dificuldade nos anos escolares iniciais, uma vez que as crianças experimentam mais frequentemente as relações diretas na resolução de problemas (Correa et al., 2000), recorrendo muito mais a essas relações para resolverem os problemas apresentados, sendo distante ainda a possibilidade de lidar com

relações mais complexas, como a relação de covariação entre os termos da divisão quando o dividendo é mantido constante.

Quanto à possibilidade de utilizar melhor os códigos relativos com o intuito de viabilizar uma apresentação do conceito de divisão de forma mais branda e acessível as crianças pequenas, parece fazer sentido, uma vez que, durante o processo de pesquisa e análise dos dados do presente estudo, foi visto o quanto essa condição pode favorecer a compreensão das crianças acerca das relações inversas na divisão. Interessante ressaltar que durante as sessões com as crianças muitas demonstraram maior interesse nos problemas que expressavam quantidades através dos códigos relativos, mesmo que respondessem de forma incorreta, mas o tom da resposta era mais confiante. O fato de não ter o número para as crianças menores (Educação Infantil) não foi motivo de questionamentos, mas para os maiores, pois, principalmente no Grupo 3 (2º ano), elas mencionavam que faltava o número para operar. Tal questão pode se tornar relevante para essas crianças, porque elas estão imersas nas operações matemáticas atreladas ao cálculo numérico no contexto escolar. Engessadas num mundo em que a matemática tem que ser sinônimo de cálculo complexo envolvendo os números presentes no enunciado dos problemas. As crianças vão construindo uma percepção da matemática como algo difícil, distante do seu cotidiano, o que poderia ser diferente se outros aspectos da matemática fossem considerados com mais ênfase.

Apesar das práticas pedagógicas terem avançado muito nesse sentido, a ideia de que resolver problemas matemáticos não necessariamente tem que estar vinculada a fazer contas está muito arraigada ainda nas próprias crianças. No cenário escolar, não é difícil ver o "caderno de matemática" ser aquele que mais contém exercícios, como também não foi difícil perceber nas crianças que participaram da pesquisa a necessidade de pegar no lápis e no papel antes de iniciar-se as sessões. Ainda que praticamente não tenham utilizado este recurso, parece que pensar em solucionar problemas matemáticos está relacionado a pensar em ir para o papel fazer cálculos. No entanto, a matemática envolve pensar em relações que podem ser expressas por números ou códigos relativos, devendo essas serem exploradas durante toda a escolarização. Isto porque essas situações podem facilitar o contato das crianças com o conteúdo matemático que está sendo focalizado pelo professor, sem estarem diretamente atreladas a reprodução da matemática que está ligada a um cálculo.

Ao identificar o uso dos códigos relativos como possibilidade de apresentar problemas desafiadores e diferentes as crianças do que estão comumente habituadas, implica numa forma de resgatar a importância de a escola estar aberta a ouvir e compreender como as crianças vão estabelecendo estratégias para resolução de seus problemas, como vão criando fecundamente tentativas de resolução. É sabido que isso implica numa disponibilidade maior dentro da sala de aula para espaços de discussão e explicitação do pensamento sem que necessariamente essa explicitação venha através do uso do papel e lápis, ou da utilização de cálculos, principalmente pensando nos anos iniciais de escolarização.

As crianças da Educação Infantil, conseguem pensar matematicamente, e explicitar esse pensamento, com alguma dificuldade (até pelas restrições de vocabulário) mas com consistência; enquanto as crianças do Ensino Fundamental 1 dos anos iniciais também conseguem trazer de forma mais delineada as suas impressões acerca da resolução de problemas envolvendo relações inversas. Imaginar que conceitos como a divisão com relação de covariação entre os termos possam fazer parte da realidade de crianças nessa fase parece distante, porém ao observar-se com maior minuciosidade, percebe-se que tais conceitos estão lá, e permeiam essa etapa que é tão rica em construção e desenvolvimento de sentidos, e que as crianças que vivenciam esse momento são munidas de uma curiosidade espontânea acerca das informações que recebem, o que pode ser um elemento estimulador para aprendizagem desse conteúdo.

Em síntese, as dificuldades vivenciadas pelas crianças ao resolverem os problemas envolvendo as relações inversas quer sejam na situação em que os problemas traziam as quantidades expressas numericamente (Lautert et al., 2009; 2012) ou na situação em que as quantidades estavam representadas nos problemas pelo material concreto (Correa et al., 1998) são reconhecidas na literatura. Compreender as relações de covariação entre os termos é, portanto, uma tarefa difícil para crianças nesse período, o que vem a reforçar o que foi encontrado nos estudos de Correa et al. (1998) e Lautert et al. (2009, 2012). Porém o uso do código relativo parece auxiliar sim as crianças nos anos iniciais, principalmente as que estão iniciando aprendizagem de operações a pensarem nas relações presentes nos enunciados dos problemas.

O presente estudo fornece indicadores nessa direção, no entanto essa investigação usou amostra não probabilística sendo, nossos resultados passíveis de questionamentos quanto ao poder de generalizar com a precisão estatística. Entretanto não se pode negar a existência das diferenças encontradas entre os participantes o que nos conduz a sugerir novas investigações ampliando o tamanho da amostra e a inclusão de estudantes que frequentam escolas públicas; visando complementar nossos resultados e/ou trazer para a literatura novos questionamentos sobre a covariação entre os termos da divisão quando o dividendo é mantido constante quando se inclui quantidades que são expressas por números ou por códigos relativos.

Referências

- Anghileri, J. (1993). The language of multiplication and division. In K. Durkin, & B. Shire (Org.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 95-104). Buckingham: Open University Press.
- Brown, M. (1981). Numbers operations. In K. M. Hart (Org.), *Children's understanding of Mathematics* (pp.11-16). London: John Murray.
- Bryant, P. (1974). *Perception and understanding in young children: An experimental approach*. Londres: Methuen & Co Ltd.
- Correa, J. (1996). A compreensão inicial do conceito de divisão partitiva em tarefas não-computacionais. In M. H Novaes, & M. R. F Brito (Orgs.), *Psicologia na educação: articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica* (pp. 151-165). Rio de Janeiro: Xenon.
- Correa, J., Meireles, E., & Curvelo, C. (2000). A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. *Estudos de Psicologia (Natal)*, 5(1), 11-31. <https://doi.org/10.1590/S1413-294X2000000100002>
- Correa, J., Nunes, T., & Bryant, P. (1998). Young children's understanding of division: the relationship between division terms in a non-computational task. *Journal of Educational Psychology*, 90(2), 321-329.
- Falcão, J. R. (2008). *Psicologia da educação matemática: Uma introdução*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Fishbein, E., Deri, M., Nello, M. S., & Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17. <https://doi.org/10.2307/748969>

Kornilaki, E., & Nunes, T. (1997). What do young children understand about division? In *21th Proceedings of the annual international conference of psychology of mathematics education (PME)*, Lahti: Finland, 1, 242.

Lautert, S. L., Chagas, F. A., & Spinillo, A. (2011). Children's understanding of inverse relations: manipulating the dividend and divisor in word division problems In *35th Proceedings of the Annual International Conference of Psychology of Mathematics Education*, Ankara. Turquia. p. 472.

Lautert, S. L., & Spinillo, A. G. (1999). Como as crianças representam a operação de divisão: Da linguagem matemática oral para outras formas de representação. *Temas em Psicologia*, 7(1), 23-36.

Lautert, S. L., Spinillo, A., & Correa, J. (2009). Improving children's division word problems solving skills. In *33th Proceedings of the Annual International Conference of Psychology of Mathematics Education (PME)*, Thessaloniki, Grécia (p. 467).

Lautert, S. L., Spinillo, A., & Correa J. (2012). Children's difficulties with division: An intervention study. *Educational Research*, 3(5), 447-456.

Nesher, P. (1988). Multiplicative school word problems: theoretical approaches and empirical findings. In M. Hiebert, & J. Behr (Orgs.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp.19-40). Reston: National Council for Teachers of Mathematics.

Nunes, T. (2012). *Números, quantidades e relações: O desenvolvimento do raciocínio matemático no ensino fundamental*. Conferência apresentada no 3o Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Fortaleza, CE, Brasil.

Nunes, T. (2016). Números, quantidades e relações: Entendendo o raciocínio matemático nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In J. A. Castro Filho, M. C. Barreto, P. M. Barguil, D. L. Maia, & L. Pinheiro (Orgs.), *Matemática, cultura e tecnologia: Perspectivas internacionais* (pp.127-163). Curitiba: Editora CRV.

Papic, M. M., Mulligan, J. T., & Mitchelmore, M. (2009). The growth of mathematical patterning strategies in preschool children. In *33th Proceedings of the Annual International Conference of Psychology of Mathematics Education (PME)*, Thessaloniki, Grécia. p. 329.

Saiz, I. (2001). Dividir com dificuldade ou dificuldade para dividir. In C. Parra, & I. Saiz (Org.), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp. 156-183). Porto Alegre: Artmed

Selva, A. C. V. (1998). Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas e divisão. In A. Schliemann & D. Carraher (Orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos* (pp. 95-119, Série Perspectivas em educação matemática). Campinas: Papirus.

Silva, A. C., & Rêgo, R. G. (2006). Matemática e literatura infantil: Um estudo sobre a formação do conceito de multiplicação. In M. R. Brito (Org.), *Solução de problemas e a matemática escolar* (pp. 207-236). Campinas: Alínea.

Spinillo, A. G., Lautert, S. L., & Silva, J. F. G. (2016). Ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos a partir da explicitação dos princípios invariantes. In J. A. Castro Filho, M. C. Barreto, P. M. Barguil, D. L. Maia, & L. Pinheiro (Orgs.), *Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais* (pp. 35- 47). Curitiba: CRV.

Squire, S., & Bryant, P. (2002). The influence of sharing of children's initial concept of division. *Journal for Experimental Child Psychology*, 8(1), 1- 43. <https://doi.org/10.1006/jecp.2001.2640>

Agradecimentos

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) que conferiu bolsa de estudos de mestrado para a segunda autora sob a orientação da primeira.

Submetido em: 01/11/2015

Revisto em: 13/12/2016

Aceito em: 02/04/2017

Endereços para correspondência

Sintria Labres Lautert
sintrialautert@gmail.com

Danielle Cavalcanti de Oliveira
dc_psicologia@hotmail.com

Jane Correa
jncrrea@gmail.com

I. Docente. Departamento de Psicologia e Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva. Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Recife. Estado de Pernambuco. Brasil.

II. Mestra. Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Recife. Estado de Pernambuco. Brasil.

III. Docente. Programa de Pós-graduação em Psicologia. Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Rio de Janeiro. Estado do Rio de Janeiro. Brasil.