

---

## Artigo Científico

---

# Conhecimentos prévios e organização de material potencialmente significativo para a aprendizagem da geometria espacial<sup>1</sup>

*Prior knowledge and organization of potentially significant material for the spatial geometry learning*

**Odaléa Aparecida Viana**✉

Faculdade de Ciências Integradas do Pontal - Universidade Federal de Uberlândia (UFU),  
Ituiutaba, Minas Gerais, Brasil

### Resumo

Esse trabalho teve como objetivos avaliar o conhecimento de alunos do curso de Pedagogia acerca dos principais conceitos relativos à geometria espacial básica; identificar conceitos subsunçores relevantes para a aprendizagem significativa; identificar a estrutura conceitual interna relativa ao tema e organizar um material de aprendizagem. Identificou, também, alguns processos mentais relativos à aprendizagem significativa a partir de atividades de descobrimento/exposição de atributos criteriosais em materiais concretos representando formas geométricas. Foram sujeitos seis alunos do Curso de Pedagogia de uma universidade federal. Na primeira parte da pesquisa, uma prova solicitou a nomeação e a descrição de propriedades das principais figuras geométricas espaciais. A seguir, elaborou-se um mapa conceitual que favoreceu a confecção de material potencialmente significativo e realizou-se a intervenção didática por meio de quatro sessões semanais. Foi encontrado que os sujeitos não tinham formado os conceitos mais elementares de geometria espacial e que o material produzido para a intervenção pareceu ativar os conceitos subsunçores, de modo a favorecer a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa, importantes processos cognitivos para a aprendizagem significativa. © Cien. Cogn. 2011; Vol. 16 (3): 015-036.

**Palavras-chave:** aprendizagem significativa; ensino de geometria; psicologia da educação matemática; conceitos geométricos.

### Abstract

*This paper aimed to evaluate the knowledge of Pedagogy students upon the main concepts related to basic spatial geometry; identify comprehensive and relevant concepts to a meaningful learning; identify the inner conceptual structure related to the theme and organize learning material. It has also searched to identify some mental process related to a meaningful learning through discovery/exposition activities of discernments aspects in concrete material representing geometrical forms. The participants were six Pedagogy students of a public university. On the first part of the research a test was conducted asking names and description of the characteristics of the main spatial geometric forms. Later, it was elaborated a conceptual map that helped the making of potential meaningful material and a didactic intervention was taken throughout four weekly sessions. It has discovered that the participants*

*hadn't formed the most elementary spatial geometric concepts and that the material produced for the intervention seemed to activate comprehensive concepts leading to a progressive differentiation and integrate reconciliation, which are important cognitive process to a meaningful learning.* © Cien. Cogn. 2011; Vol. 16 (3): 015-036.

**Keywords:** *meaningful learning; geometry teaching; psychology of mathematics education; geometric concepts.*

## 1. Introdução

A psicologia da educação matemática é uma área que integra o conhecimento acerca da estrutura da matemática e o conhecimento de como os indivíduos pensam, raciocinam e utilizam suas capacidades intelectuais, proporcionando, assim, os ingredientes para uma Psicologia aplicada à Matemática, conforme explica Brito (2001).

Um dos temas estudados pela área é a formação conceitual em geometria<sup>2</sup>. Apesar de este tema ser bastante evidente em pesquisas, foram encontrados poucos estudos que explicassem aspectos teóricos relativos à aprendizagem significativa<sup>3</sup> de conceitos geométricos.

Dessa forma, o trabalho<sup>4</sup> aqui apresentado é produto de uma pesquisa acerca do processo de aprendizagem significativa de conceitos básicos relativos à geometria espacial, tendo como sujeitos estudantes do curso de Pedagogia.

A experiência tem mostrado que, muitas vezes, alunos desses cursos de formação inicial de professores têm pouco conhecimento sobre geometria espacial básica, embora se saiba que esse tema deva ser trabalhado desde as séries iniciais do ensino fundamental, no bloco de conteúdo chamado “Espaço e forma”, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997). Entende-se por geometria espacial básica o conjunto de conceitos e de propriedades elementares relativos às figuras tridimensionais: os poliedros (entre eles os regulares, os prismas, as pirâmides, os paralelepípedos e cubo) e os não poliedros ou corpos redondos (cilindros, cones e esfera).

De acordo com Ausubel (2000), aprendizagem significativa é o processo que permite que uma nova informação recebida pelo sujeito se relacione com um aspecto relevante da sua estrutura cognitiva. Para promover essa aprendizagem, o professor pode propor situações que favoreçam a ativação dos conhecimentos prévios dos estudantes acerca do material a ser estudado.

As formas de identificação e ativação dos conhecimentos prévios nas práticas pedagógicas, bem como a utilização dos conceitos mais relevantes para organização do material a ser aprendido, são temas que merecem ser discutidos com maior profundidade e relacionados com a aprendizagem em geometria.

Assim, na reflexão acerca da utilização dos conhecimentos prévios no processo de aprendizagem significativa de conceitos relativos a figuras geométricas espaciais, duas situações foram evidenciadas.

A primeira diz respeito à identificação dos conhecimentos prévios dos alunos com vistas à organização de um material potencialmente significativo para a geometria espacial básica. Nesse sentido, algumas questões foram colocadas:

- Que conhecimentos sobre geometria espacial possuem os alunos do curso de Pedagogia? Qual o nível de formação conceitual?
- Quais são os conhecimentos específicos (conceitos subsunçores), preexistentes na estrutura cognitiva dos alunos, mais relevantes para a aprendizagem significativa do conteúdo?

- A partir da identificação de conceitos subsunçores, é possível organizar internamente o material a ser aprendido? Essa organização pode ser representada por uma estrutura hierárquica conceitual (mapa conceitual) própria para o conteúdo?
- A partir desse mapa conceitual, é possível elaborar atividades com desenhos de figuras, construção de modelos em cartolina etc., de modo a favorecer a aprendizagem significativa da geometria espacial?

A segunda situação diz respeito ao transcorrer das atividades, ou seja, ao processo de aprendizagem, e provoca a questão:

- A partir das ações com esses materiais, que processos mentais podem explicar a aprendizagem significativa da geometria espacial?
- É possível que os sujeitos tomem consciência desse processo?

Assim, este trabalho buscou identificar os conhecimentos prévios – em especial os conceitos subsunçores - relativos à geometria espacial apresentados por alunos do curso de Pedagogia, com vistas à determinação da estrutura conceitual relativa ao tema e à organização de material potencialmente significativo para a aprendizagem.

Além disso, considerou-se que, durante a aplicação do material, fosse possível identificar aspectos conceituais e processos mentais dos sujeitos envolvidos em atividades de formação de conceitos. Optou-se por uma intervenção didática que permitisse ao pesquisador analisar aspectos da aprendizagem significativa, por meio dos relatos verbais dos sujeitos e de suas ações com o material manipulável especialmente organizado e confeccionado para a pesquisa.

Considerou-se que as reflexões feitas pelos sujeitos desta pesquisa acerca do próprio processo de aprendizagem pudessem contribuir para sua formação acadêmica e profissional, concordando-se, assim, com as ideias de Moro (1996) acerca das influências das concepções do professor na sua prática em sala de aula. Para incentivar os seus alunos a manipular as figuras geométricas tridimensionais, a reconhecer formas, a explorar propriedades e a estabelecer relações entre estas, o professor das séries iniciais deve, entre outras coisas, dominar os conceitos elementares e conhecer aspectos da aprendizagem de conceitos, de modo a propor atividades e a confeccionar materiais pedagógicos adequados.

## 2. A aprendizagem significativa de conceitos

Coll e Valls (1998) definem o conteúdo escolar como o conjunto de conhecimentos ou formas culturais cuja assimilação e apropriação são consideradas essenciais para o desenvolvimento e a socialização do aluno. Baseados em estudos anteriores da psicologia educacional, os autores separaram os seguintes componentes do conhecimento: os fatos e os conceitos (importantes no conhecimento científico de qualquer área e, evidentemente, no conhecimento geométrico), os procedimentos (que se referem a uma atuação ordenada e orientada para a execução de uma tarefa, como por exemplo, as estratégias ou habilidades utilizadas para resolver problemas e para construir figuras) e as atitudes, normas e valores (que têm componentes cognitivo, afetivo e de comportamento).

No caso da geometria, é comum encontrar alunos que dominam alguns procedimentos relativos a cálculo de área e de volumes, mas que não reconhecem as formas geométricas do cotidiano nem descrevem as principais propriedades das figuras planas e espaciais. Não demonstram, dessa maneira, possuir os conceitos elementares da geometria do ensino básico,

como paralelogramo, prisma, paralelepípedo, paralelismo de faces, congruência de ângulos etc.

Usando a distinção feita por Klausmeier (1977), pode-se diferenciar conceito como entidade pública de conceito como construto mental do indivíduo. Conceito como entidade pública é entendido como uma informação organizada, como uma definição aceita pelas pessoas de uma determinada área de conhecimento ou pelos membros de uma mesma comunidade e, portanto, aparece nos livros, dicionários, enciclopédias etc. As definições de paralelepípedo e de prisma, encontradas nos livros didáticos do ensino médio, são exemplos de conceito como entidade pública.

Já os conceitos como construtos mentais referem-se às ideias que cada indivíduo desenvolve a fim de pensar sobre o mundo físico e social. Dependem não só das experiências que o indivíduo manteve com o conceito, mas também dos seus padrões maturacionais. Pode-se dizer que aprender conceitos, fatos e princípios é aprender a dizer ou declarar coisas sobre as pessoas, os objetos, os acontecimentos etc. Isso equivale a reconhecê-los, compreendê-los, relacioná-los, estabelecer novas conexões etc. Sem conceituar mentalmente os prismas, o estudante poderá não reconhecê-los, não relacioná-los, por exemplo, aos paralelepípedos e nem resolver problemas simples de área e de volume.

Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), os conceitos são objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos comuns de critérios comuns e que são representados por meio de algum símbolo ou signo.

A psicologia há muito estuda a aprendizagem de conceitos e, conforme Sternberg (2000), as teorias desenvolveram-se sob vários enfoques, como as teorias associacionistas (aquisição de conceitos artificiais, categorias naturais e computacionais a partir do processamento da informação) e as teorias clássicas de aprendizagem por reestruturação, como as de Piaget, Vygotsky e a Gestalt.

Convém considerar que existem diferentes tipos de aprendizagem, específicas para cada situação - escolar ou não - e, evidentemente, existem várias formas de um conteúdo incorporar-se à estrutura cognitiva<sup>5</sup> do sujeito, conforme aponta Brito (2001). Neste trabalho, será adotada a perspectiva cognitiva clássica da aprendizagem significativa que foi proposta por David Ausubel na década de sessenta e reiterada recentemente (Ausubel, 2000).

A teoria de Ausubel trata da aprendizagem produzida em um contexto educativo, ocupando-se dos processos de ensino-aprendizagem dos conceitos científicos a partir dos conceitos cotidianos.

Os autores analisam a situação escolar a partir de duas dimensões: uma referente ao tipo de aprendizagem realizada pelo aluno e a outra referente à estratégia de instrução planejada para estimular essa aprendizagem.

Na primeira dimensão, a aprendizagem significativa de conceitos é o processo que permite que uma nova informação recebida pelo sujeito se relacione com um aspecto relevante da sua estrutura cognitiva. A nova informação pode, neste processo, interagir com uma estrutura de conhecimento específica, onde existem os chamados conceitos subsunçores. Se existir pouca associação com conceitos relevantes, a aprendizagem pode ser chamada de mecânica, sendo, portanto, aquela em que os conteúdos estão relacionados entre si de uma maneira arbitrária, carecendo de significado para a pessoa que está aprendendo.

Há diferenças fundamentais entre a aprendizagem significativa e a mnemônica. No primeiro caso, há uma incorporação substantiva, não arbitrária e não verbal, de novos conhecimentos à estrutura cognitiva, e o sujeito despende um esforço deliberado para relacionar os novos conhecimentos aos antigos. Além disso, a aprendizagem está relacionada com experiências, fatos ou objetos e com envolvimento afetivo e motivacional. Na aprendizagem mnemônica, nenhuma dessas características é atendida.

Convém realçar que esses dois tipos de aprendizagem fazem parte de um contínuo e não são uma simples dicotomia. Assim, não são excludentes e, em certos, casos, podem coexistir.

Quanto à dimensão do ensino, Ausubel (2000) considera que as estratégias de instrução planejadas para estimular a aprendizagem também constituem um contínuo que vai da aprendizagem por recepção até a aprendizagem por descobrimento autônomo.

Assim, ao admitir-se a distinção entre ensino e aprendizagem, supõe-se também que determinada forma de ensino não leve forçosamente a um determinado tipo de aprendizagem. Por exemplo, uma aprendizagem por recepção – onde haja esclarecimento das relações entre os conceitos – pode tornar-se significativa para o aluno.

No caso da geometria, supõe-se, por exemplo, que as atividades com materiais manipuláveis possam não produzir uma aprendizagem significativa do conceito de poliedro, ao passo que isso pode ser conseguido por meio de uma aula expositiva que permita uma aprendizagem por recepção.

Portanto, são duas as condições fundamentais para que ocorra a aprendizagem significativa: uma é relativa ao material a ser aprendido e a outra diz respeito ao sujeito que aprende.

O material deve possuir significado lógico ou potencial, isto é, os elementos que o compõem devem estar organizados em uma estrutura e não apenas sobrepostos de forma arbitrária. Além da organização do material a ser aprendido, é preciso que as conexões entre os temas sejam explicitadas aos estudantes, de modo a facilitar a percepção da estrutura conceitual a ser aprendida. Para facilitar o estabelecimento de relações significativas entre os termos aprendidos, é importante acrescentar que a aquisição de um vocabulário específico deve acontecer de forma progressiva.

Conforme afirmam Coll e Valls (1998), as características do material não podem ser analisadas isoladamente das condições dos sujeitos aprendizes. Uma dessas condições para a aprendizagem significativa é a predisposição ou motivação<sup>6</sup> favorável para empenhar o esforço deliberado e intencional requerido para a compreensão. Alguns dos motivos pelos quais o aluno não empreenderia esforço para a aprendizagem significativa seriam: experiência de situações nas quais suas ideias não foram reconhecidas pelo professor, falta de confiança em suas capacidades, atitudes desfavoráveis ao objeto etc.

Pode-se entender como se dá a aprendizagem de conceitos geométricos no âmbito escolar, buscando compreender o estabelecimento de relações entre os conhecimentos prévios dos alunos e o material potencialmente significativo. No entanto, convém fazer a diferenciação entre a *formação* e a *assimilação* de conceitos, conforme proposta pela teoria ausubeliana. Na formação de conceitos, a criança, por meio da experiência empírico-concreta, adquire um significado através de um processo indutivo de descoberta dos atributos criteriais do conceito, mediante múltiplos exemplos particulares desse conceito. Ao atingir a idade escolar, a maioria dos conceitos seria adquirida através do processo de assimilação, ou seja, a retenção de um novo significado adquirido em ligação com ideias -âncora existentes na estrutura cognitiva. Para ocorrer a assimilação, um conceito (ou proposição) potencialmente significativo, seria assimilado sob uma ideia ou conceito mais inclusivo, já existente na estrutura cognitiva, na forma de um exemplo, extensão, elaboração ou qualificação.

### 3 As formas de assimilação na aprendizagem significativa

De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), no processo de aprendizagem significativa de conceitos, estão relacionadas a aprendizagem de representações e a de proposições. Na aprendizagem de representações há aquisição de vocabulário que pode ser prévia, em que as palavras representam fatos ou objetos reais e não categorias, ou posterior à

formação dos conceitos. Já a aprendizagem de proposições consiste em adquirir o significado de novas ideias que se expressam em uma frase ou oração que contenha dois ou mais conceitos. Um exemplo de proposição em geometria é que todos os prismas e pirâmides também são poliedros.

Admitindo que a maior parte dos conhecimentos seja adquirida por processos de diferenciação, integração e combinação de conceitos já existentes na estrutura, Ausubel (2000) define três formas de assimilação: aprendizagem subordinada, aprendizagem superordenada e aprendizagem combinatória.

Na aprendizagem subordinada, a nova ideia que está sendo aprendida se encontra hierarquicamente subordinada a uma ideia preexistente na estrutura cognitiva. Ela pode ser incluída por meio da chamada inclusão derivativa, em que a nova informação  $a$  é vinculada à ideia estabelecida  $A$  e representa um exemplo específico ou ilustrativo. Não se mudam os atributos do critério do conceito  $A$ , mas reconhecem-se novos exemplos como relevantes. Já na inclusão correlativa, a nova informação  $x$  é vinculada à ideia  $X$ , porém é uma modificação, uma elaboração, uma qualificação ou uma limitação de  $X$ .

Na aprendizagem superordenada, existem ideias já estabelecidas  $a_1, a_2, a_3$ , que passam a ser reconhecidas como exemplos mais específicos da ideia nova mais geral  $A$ . Esta ideia supraordenada  $A$  é definida por um novo conjunto de atributos de critério que abrangem as ideias subordinadas anteriores.

Finalmente, na aprendizagem combinatória, a ideia nova  $A$  relaciona-se com as ideias já existentes  $B, C$  e  $D$ , porém não é mais inclusiva nem mais específica que  $B, C$  e  $D$ ; ou seja, não existe uma relação hierárquica entre elas. Neste caso, considera-se que a ideia nova  $A$  possui alguns atributos de critério em comum com as ideias preexistentes. É possível que a nova incorporação de novos conceitos no mesmo nível hierárquico possa culminar na necessidade de diferenciá-los ou integrá-los dentro de um novo conceito mais geral.

Em qualquer das três formas de assimilação, o professor é responsável por proporcionar as atividades que favoreçam a ativação de uma ideia ou conhecimento prévio dos alunos, de modo que eles possam organizar e dar sentido às situações de aprendizagem.

#### 4. Os conhecimentos prévios e os mapas conceituais

O professor pode ajudar a ativar os conhecimentos prévios dos alunos, para favorecer a aprendizagem significativa de conceitos. Para isso, precisa conhecer que ideias anteriores se relacionam ao novo material, a fim de proporcionar oportunidades para que os aprendizes reflitam sobre elas (justificando, organizando, comparando) e, assim, desenvolvam novas concepções – mais próximas daquelas cientificamente aceitas.

De acordo com Pozo (1998), os conhecimentos prévios dos alunos, que devem ser ativados para que aconteça a compreensão dos conceitos, são construções pessoais, embora possam ser compartilhados por outras pessoas; e são bastante estáveis e resistentes à mudança e possuem coerência do ponto de vista do aluno, mas não necessariamente do ponto de vista científico. O autor também destaca o caráter implícito do conhecimento prévio, que se contrapõe ao caráter explícito da ciência. Essa característica pode definir uma metodologia a ser usada para que o professor identifique os conhecimentos prévios dos alunos, já que nem sempre estes conseguem verbalizar suas ideias.

Estes conhecimentos podem ter sido formados espontaneamente, na tentativa de dar significado às atividades cotidianas do mundo natural, por exemplo, ao buscar relações de causa a dados recolhidos por meio da experiência sensorial ou perceptiva; também podem ter sido transmitidos socialmente, por meio de representações sociais<sup>7</sup>, ou formados através de concepções analógicas com outras áreas do conhecimento. De acordo com Pozo (1998), os

conhecimentos podem ser bastante estáveis e resistentes à mudança, apesar da instrução científica.

Os conhecimentos prévios, de natureza declarativa<sup>8</sup>, podem ter origens e naturezas diferentes, dependendo da área. Em geometria, Van Hiele (1986) estabeleceu uma evolução de níveis de compreensão que podem, no contexto de conhecimentos prévios, ser utilizados para determinar os conceitos subsunçores que os estudantes demonstram possuir.

Em um nível 1 de reconhecimento, os sujeitos identificam e nomeiam uma figura geométrica pela sua aparência global, não percebendo características ou atributos. Em um segundo nível, são descritas propriedades das figuras. E, no nível seguinte, são estabelecidas relações entre os conceitos. O quarto nível refere-se à capacidade de demonstrar teoremas em uma linguagem formal. E, finalmente, no último nível o sujeito pode comparar outros sistemas geométricos diferentes da geometria euclidiana.

De acordo com Moreira e Masini (2001), o problema da aprendizagem em sala de aula consiste na organização do material e na utilização de recursos que favoreçam ao aluno a aquisição da estrutura conceitual do conteúdo e a integração desse corpo organizado de conhecimentos à sua estrutura cognitiva. Assim, para organizar o material de aprendizagem, é necessário identificar a estrutura conceitual intrínseca do conteúdo, e uma das maneiras de fazê-lo é elaborar um mapa conceitual para servir de apoio ao professor.

Segundo Novak (1998), os mapas conceituais, diagramas bidimensionais que indicam relações entre conceitos, são ferramentas gráficas para organizar e representar o conhecimento em uma determinada área. Podem seguir um modelo hierárquico no qual conceitos mais inclusivos são escritos em caixas e ficam no topo da hierarquia (parte superior do mapa) e conceitos específicos, pouco abrangentes, ficam na base (parte inferior). Devem conter os elementos básicos, que são as palavras que expressam o conceito, conectadas umas às outras por meio de palavras ou frases de ligação (conectivos), formando frases (proposições), de modo a mostrar uma organização hierárquica.

O autor ressalta que a estrutura hierárquica relativa a um domínio particular do conhecimento também depende do contexto em que esse conhecimento está sendo aplicado ou considerado; assim, os mapas conceituais podem referir-se a alguma questão particular que se procura compreender. Podem ser adicionados exemplos de acontecimentos ou objetos que ajudam a esclarecer o significado de um determinado conceito. Normalmente, estes não são incluídos em ovais ou em caixas, pois são eventos ou objetos específicos e não representam conceitos. Além disso, os mapas podem variar de acordo com as circunstâncias e podem conter concepções equivocadas do ponto de vista lógico, pois eles mostram, naquele contexto, as formas de pensar dos indivíduos.

O mapa conceitual pode ser solicitado ao aluno como instrumento de avaliação e pode ser elaborado pelo professor como auxílio para organizar o conteúdo a ser ensinado.

Neste trabalho, teve-se como objetivo elaborar um mapa conceitual para a geometria espacial para fins de organização de material apropriado para o ensino das principais figuras geométricas tridimensionais do ensino básico. A elaboração do mapa tinha por base dois fatores: o primeiro deles baseava-se na estrutura do próprio conteúdo de geometria espacial; o segundo dizia respeito ao conhecimento prévio apresentado pelos alunos nas respostas dadas a questões sobre geometria espacial.

## 5. Os processos cognitivos e a metodologia para a aprendizagem significativa

Ausubel (2000) propõe alguns princípios básicos da aprendizagem significativa, que podem ajudar o professor a tomar decisões quanto à organização sequencial do conteúdo a ser aprendido e quanto à metodologia do trabalho didático a ser empregada.

No curso da aprendizagem significativa, ocorrem dois processos cognitivos simultâneos e independentes: a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa. O primeiro processo, mais relacionado à aprendizagem subordinada, acontece de forma progressiva, em que o sujeito consegue diferenciar os significados das ideias. Na reconciliação integrativa, mais associada à aprendizagem superordenada, o sujeito busca integrar os significados, delineando as diferenças e as similaridades entre ideias relacionadas. De acordo com a teoria ausubeliana, toda aprendizagem que resultar em reconciliação integrativa resultará também em diferenciação progressiva adicional de conceitos e proposições.

Para o autor, os indivíduos tendem a organizar o conteúdo de uma disciplina numa estrutura hierárquica de conceitos. Além disso, o sujeito teria mais facilidade em diferenciar aspectos de um todo mais inclusivo, anteriormente aprendido, do que em apreender esse todo a partir do aprendizado das partes.

A teoria também diferencia as atividades de descobrimento das atividades de exposição. No primeiro caso, conforme descreve Pozo (1998), elas consistem em apresentar aos alunos um material de trabalho que não está explicitamente estruturado, de modo que eles próprios possam observar, pesquisar, analisar e descobrir significados e relações. No segundo, o aluno já recebe a informação conceitual de forma organizada, por meio de uma apresentação oral ou de um texto.

Em todo o caso, é necessário que o professor incentive a ativação dos conhecimentos prévios, a tomada de consciência dos aprendizes em relação às suas próprias ideias, o estabelecimento de conexões entre os conhecimentos prévios e a organização conceitual do conteúdo e proporcione condições para os estudantes darem sentido às tarefas que realizam.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, pretendeu-se organizar o material e a sequência de atividades de maneira lógica, de modo a ativar os conhecimentos prévios dos alunos e favorecer os processos cognitivos relativos à aprendizagem significativa de conceitos da geometria espacial. A intervenção didática foi planejada de modo que as atividades fossem, predominantemente, de descobrimento de atributos criteriosais em materiais concretos, representando formas geométricas, e que levassem os sujeitos a diferenciar essas formas progressivamente.

## 6. Objetivos, sujeitos e procedimentos

O trabalho teve como objetivos:

- 1) Avaliar o conhecimento de alunos do curso de Pedagogia acerca dos principais conceitos relativos à geometria espacial básica.
- 2) Identificar conceitos subsunçores relevantes para a aprendizagem significativa da geometria espacial básica.
- 3) Identificar a estrutura conceitual interna relativa ao tema e organizar um material de aprendizagem.
- 4) Identificar processos mentais relativos à aprendizagem significativa a partir de atividades de descobrimento/exposição de atributos criteriosais em materiais concretos representando formas geométricas.

A pesquisa foi constituída de três fases. Na primeira delas, avaliou-se o conhecimento dos principais conceitos de geometria espacial. Para isso, organizou-se uma prova com desenhos de figuras espaciais mais comuns, em que se solicitavam seus nomes e suas propriedades. A prova foi aplicada em um grupo de seis alunas do Curso de Pedagogia da Universidade Federal de Uberlândia, *campus* Ituiutaba. As alunas pertenciam ao oitavo



período do curso e, como tinham interesse pelo tema geometria, colaboraram para a realização da investigação de forma voluntária.

Na segunda parte da pesquisa, identificou-se a estrutura conceitual relativa à geometria espacial elementar e a pesquisadora elaborou um mapa conceitual para o tema. A partir desse mapa, a pesquisadora e os dois alunos bolsistas do projeto construíram o material para ser utilizado na sequência didática.

A terceira parte da pesquisa constou da aplicação de uma sequência didática formada por quatro sessões de duas horas cada, em que foram aplicadas atividades exploratórias e de classificação do material elaborado para esse fim. A pesquisadora fez a intervenção no papel de professora, já que orientou as atividades com o objetivo de favorecer a aprendizagem significativa dos conceitos.

As sessões aconteceram em sábados alternados, durante dois meses, e foram filmadas, fotografadas e transcritas com auxílio dos bolsistas. Acrescenta-se que a pesquisa teve abordagem qualitativa e que os dados foram coletados em diferentes momentos e em uma situação específica de aprendizagem com poucos alunos, o que diferencia o ambiente investigativo de uma sala de aula comum. A pesquisadora partiu de alguns pressupostos acerca dos conhecimentos prévios relativos à aprendizagem significativa da geometria espacial e fez uma opção metodológica para a terceira parte da investigação, que ficou caracterizada, de acordo a definição de Szymanski e Cury (2004), como “pesquisa intervenção”. Esta modalidade de pesquisa pode revelar caminhos metodológicos para o ensino da geometria a serem discutidos no âmbito da formação de professores.

## 7. Resultados

### 1ª parte: Conhecimento dos sujeitos acerca de geometria espacial elementar

A prova foi aplicada em seis estudantes nomeados Ald, Bil, Cel, Dil, Eil e Fel, conforme consta no quadro 1. Observa-se que os sujeitos nomearam corretamente o cone (e) e o cilindro representado no desenho (a), assim como aconteceu com a nomeação correta da forma que possui a lata de óleo (p). No entanto, a moeda não foi reconhecida como cilindro e foi nomeada como círculo por quase todos os sujeitos.

É interessante observar os nomes relativos a figuras planas que foram atribuídos aos desenhos de sólidos: a bola (n) foi nomeada “círculo”; o paralelepípedo (c) e a caixa de sapato (o) receberam o nome de “retângulo”, e o cubo (d) recebeu o nome de “quadrado”. O mesmo cubo (h), ao ser apresentado em uma posição diferente da convencional, recebeu outros nomes relativos à geometria plana, como trapézio e hexágono.












Pode-se notar também que os sujeitos não souberam descrever propriedades das figuras espaciais de modo a indicar alguns atributos definidores do conceito. Alguns sujeitos, ao tentar apontar alguma característica dessas figuras, fizeram referência a termos não geométricos como “redondo”, “achatado” e “grande”. Outros tentaram contar os “lados”, talvez fazendo referência aos polígonos que formam as faces dos poliedros.

### 2ª Parte: Estrutura conceitual relativa à geometria espacial elementar e organização do material de aprendizagem.

A análise dos resultados da primeira fase do estudo indicou que os sujeitos não conseguiam nomear as principais figuras geométricas espaciais e não identificavam o conceito, quando eram apresentados nomes de objetos com formas geométricas simples. Além disso, os sujeitos não descreviam propriedades das figuras e, muitas vezes, atribuíam

nomes de figuras planas às figuras espaciais em questão. Esses nomes permitiram vislumbrar um panorama de conceitos subsunçores relativos à geometria plana.

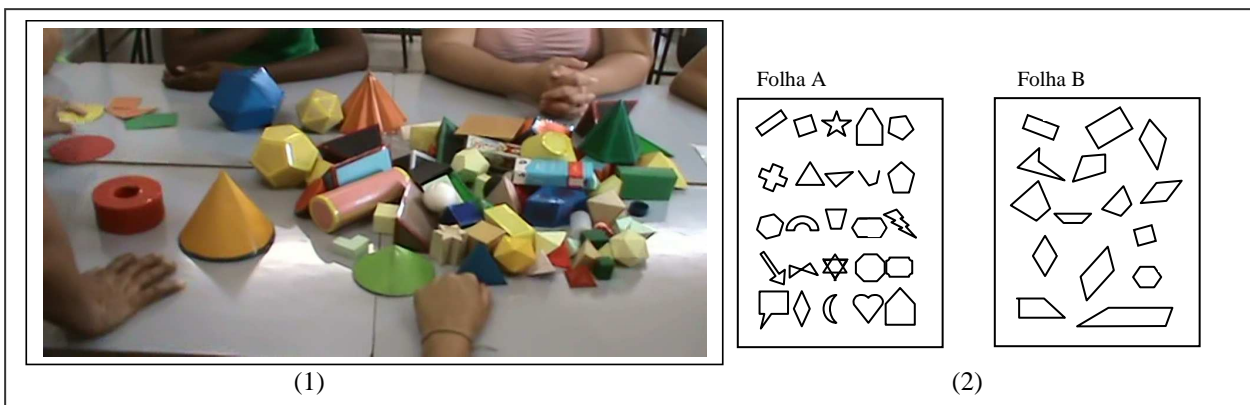
Procurou-se, então, organizar uma estrutura conceitual interna com os nomes e as propriedades das figuras geométricas espaciais elementares, de maneira que os conceitos mais gerais estivessem no topo dessa organização hierárquica. Além disso, foram identificados os conceitos de geometria plana que se relacionavam com a geometria espacial.

Figura		Sujeito Ald	Sujeito Bil	Sujeito Cel	Sujeito Dil	Sujeito Eil	Sujeito Fel
a) 	Nome	Cilindro	Cilindro	Cilindro	Cilindro	Cilindro	Cilindro
	Propriedades	-	Comprido e redondo	Redondo	Longo e redondo	Redondo nas laterais e achatado nos polos	-
b) 	Nome	Triângulo	Pirâmide	“não sei”	Pirâmide	Pirâmide	Pirâmide
	Propriedades	-	Base quadrada, 4 lados iguais	Grande, triangular, 3 lados	Pontas, 5 partes	-	-
c) 	Nome	-	-	Retângulo	-	Retângulo	-
	Propriedades	-	-	Grande, retangular, 4 lados	-	-	-
d) 	Nome	Quadrado	-	Quadrado	Quadrado	Quadrado	Dado
	Propriedades	-	-	Pequeno, quadrado, 4 lados iguais	-	-	-
e) 	Nome	Cone	Cone	Cone	Cone	Cone	Cone
	Propriedades	-	-	Grande, redondo na ponta e fino no final	Pontiagudo e oval	-	-
f) 	Nome	hexágono	-	“Não sei”	-	Octógono	Octógono
	Propriedades	-	--	6 lados	-	8 lados	-
g) 	Nome	Retângulo	-	Retângulo	Retângulo	-	-
	Propriedades	-	-	Grande, retângulo, 4 lados	6 partes	-	-
h) 	Nome	Losango	Quadrado	“não sei”	Trapézio retângulo	Hexágono	Hexágono
	Propriedades	-	4 lados iguais	4 lados iguais	-	6 lados	-
i) 	Nome	Triângulo	-	“não sei”	Trapézio retângulo	Triângulo	Triângulo
	Propriedades	-	-	Grande, triangular	-	-	-
j) 	Nome	Pentágono	-	“não sei”	Trapézio	Trapézio	Trapézio
	Propriedades	-	-	Pequeno	-	-	-
l) 	Nome	Pirâmide	-	“não sei”	Triângulo isósceles	-	-
	Propriedades	-	-	Grande, triangular	-	-	-
m) Moeda	Nome	Redonda	Círculo	Círculo	Círculo	Círculo	Círculo
	Propriedades	-	-	-	-	-	-
n) Bola	Nome	Esfera	Círculo	Círculo	Redonda	Círculo	Círculo
	Propriedades	-	Redondo	Redondo	Lisa	-	-
o) Caixa de sapato	Nome	Retangular	Retangular	Retângulo	Quadrado	Retângulo	Retângulo
	Propriedades	-	-	Retangular, 4 lados	Liso	-	-
p) Lata de óleo	Nome	Cilindro	Cilindro	Cilindro	Cilindro	Cilindro	Cilindro
	Propriedades	-	Comprido e redondo	Redondo em cima e embaixo	Longo, redondo	-	-

Quadro 1 - Nomeação das figuras pelos sujeitos.

Dessa forma, foi elaborado um mapa conceitual (anexo 1) para a geometria espacial, no qual foram mostrados os critérios de classificação de figuras, a descrição de algumas propriedades que indicavam atributos criteriosais definidores do conceito e, em quase todas as situações, foram indicadas ao menos duas categorias, uma das quais indicava o nome do conceito e a outra, a negativa do conceito. Há, no mapa, uma legenda com os significados dos símbolos utilizados para representar as relações entre os conceitos, tendo em vista os tipos de aprendizagem significativa da geometria (subordinada, superordenada e combinatória).

A partir da determinação da estrutura conceitual interna da geometria elementar a ser trabalhada na sequência didática, foram construídos os materiais físicos para serem utilizados nas sessões: (1) cinquenta sólidos geométricos feitos de cartolina e (2) folhas de sulfite com desenhos de figuras planas (figura 1). Além disso, providenciou-se sucata para a primeira atividade.



**Figura 1** - Material confeccionado e utilizado na investigação: (1) sólidos geométricos e (2) figuras geométricas planas à direita, sendo Folha A (polígonos) e Folha B (quadriláteros)

### 3ª parte: Intervenção didática

A sequência didática consistiu em atividades de classificação dos materiais, de modo a possibilitar aos sujeitos a diferenciação progressiva do material apresentado. Muitas vezes, o critério de classificação era determinado pelos próprios sujeitos, o que permitia à pesquisadora identificar os conceitos subsunçores relevantes à aprendizagem da geometria espacial, a fim de direcionar as ações durante a atividade. Outras vezes, o critério era dado pela pesquisadora e, após os sujeitos atenderem à solicitação e formarem as coleções de objetos, a nomeação do conceito era feita. A seguir, serão descritas as atividades, discutidos alguns fatos ocorridos durante as sessões e apresentadas algumas características do material utilizado, que puderam evidenciar fatores essenciais para a ocorrência da aprendizagem significativa.

#### *Atividade de classificação de sucatas*

O objetivo dessa atividade preliminar foi familiarizar os sujeitos com a operação de classificação, incentivando-os a explicitar seus conhecimentos físicos sobre cor, material, peso, brilho, forma etc. Os sujeitos tiveram maior liberdade para manipular os materiais e inferir seus próprios critérios para a formação de coleções de objetos, conforme pode ser exemplificado no diálogo a seguir:

Pesquisadora: *Ald, conta pra gente, como você fez. Como você pensou? Esses aqui (aponta para um grupo onde estão canetas, parafuso, palito) estão juntos por quê?*

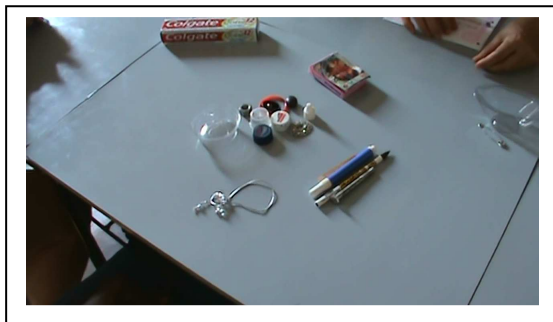
Ald: *O formato deles é semelhante. Eles são compridinhos. Esses outros aqui são redondos (aponta para o grupo onde estão a tampinha, a esfera de metal, etc.). Esse aqui é retangular (segura a caixa de creme dental), esses daqui são mais quadradinhos (caixa de bala) e esse aqui é diferente de todos (a bijuteria).*

Nota-se que, entre os “compridinhos”, ficaram objetos com formas que lembravam um cilindro e, entre os “redondos”, formas que lembram a esfera (bolinha de metal), o cilindro (tampinhas), o tronco de cone (copinho de plástico), outros que não teriam forma geométrica definida (medalha, tampinha de frasco de remédio) e ainda objetos com combinação de várias formas (porca, parafuso).

Pesquisadora: *Então, Ald, aqui você colocou este (caixa de creme dental) porque você disse que era retangular. E esses aqui (a caixa de balas e o envelope de papel), você não colocou junto porque não é retangular, é isso?*

Ald: *É, esses aqui (colocando as mãos na caixinha de balas e no envelope de papel) são mais quadradinhos, então não pus junto.*

A palavra “retangular” foi usada apenas na situação da caixa de creme dental, não foi atribuída aos outros dois objetos. Foi possível verificar que o sujeito não utilizava as ideias de figura plana e espacial para diferenciar as formas e também não reconhecia todas as formas retangulares (figura 2).



**Figura 2** - Sucatas classificadas pelos sujeitos.

### ***Atividade de classificação de figuras geométricas***

Essas atividades tinham como objetivo conceituar figuras planas e espaciais, em que os sujeitos inferiram seus critérios de classificação, conforme exemplificado a seguir:

Eil: *Aquelas lá, (apontando para os desenhos de figuras planas) têm uma espessura padrão e essas (apontando para as tridimensionais) não têm. A figura (caixa de creme dental) em pé não está toda com contato com a mesa, se você deitar, ela ficará com mais contato, já as planas estão inteiramente em contato com a mesa. Essa outra aqui (segurando a pirâmide) só essa parte aqui (deslizando o dedo pela base) tem contato com a superfície, as outras não.*

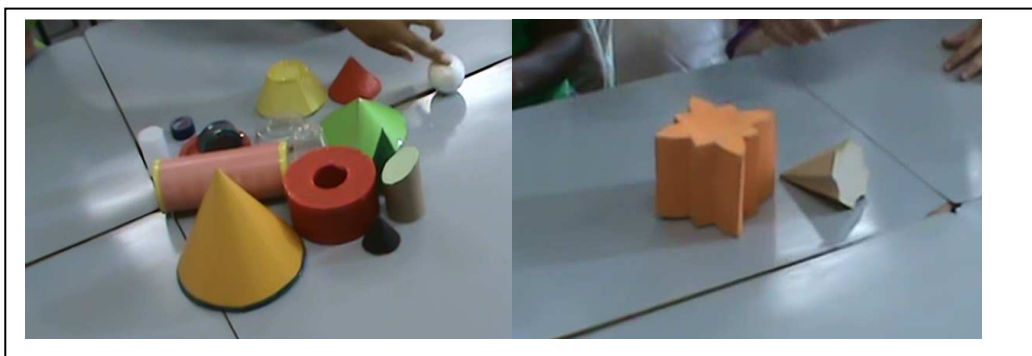
Pesquisadora: *Então, essa aqui (caixa de creme dental) deve ficar junto com as planas ou não?*

Eil: *Não, porque ela parece com essa daqui (apontando para um retângulo), mas é diferente. Ela tem espessura. Mas, se abrir ela todinha, ela pode ficar junto com as planas.*

Eil fazia referência à planificação do paralelepípedo. Esse comentário direcionou as atividades seguintes, que consistiam em apoiar os poliedros na mesa e deslizar o lápis em torno de suas faces. Os desenhos dessas faces receberam o nome de polígonos, permitindo, assim, que os sujeitos diferenciasssem figuras planas de figuras espaciais.

### **Atividades de classificação de figuras geométricas espaciais**

O objetivo dessas atividades foi formar o conceito de poliedros. Logo nas primeiras classificações, os sujeitos selecionaram um conjunto de sólidos que “tinham círculo” ou partes de um círculo. A esse conjunto deu-se o nome de corpos redondos (ou não poliedros) e entre eles havia esferas, cones e seus troncos, cilindros e seus troncos. Havia também algumas composições interessantes, nas quais as superfícies não eram planas, caracterizando os sólidos apresentados como não exemplos de poliedros. A figura 3 mostra alguns corpos redondos constantes do material.



**Figura 3** - Corpos redondos ou não poliedros.

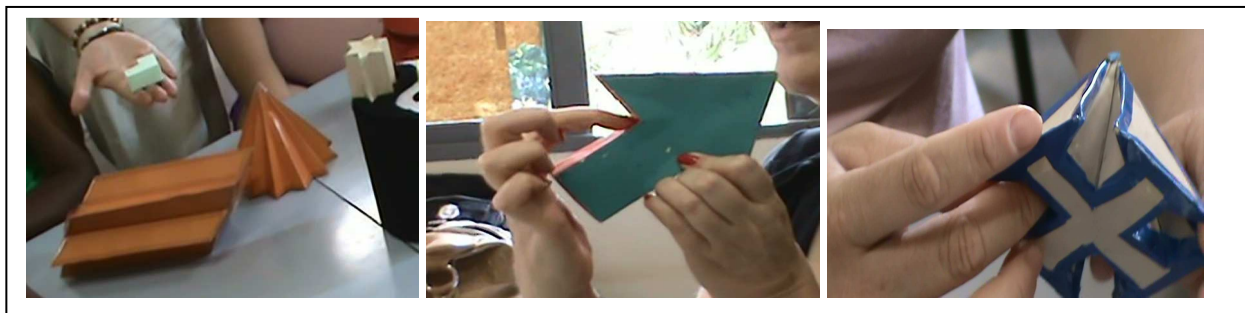
O critério sugerido foi o de classificar as figuras que fossem formadas apenas por faces (superfícies planas). A figura 4 mostra a classificação final dos sólidos em poliedros e não poliedros.



**Figura 4** - Sólidos classificados em poliedros e não poliedros.

A ideia de que as faces de um poliedro são planas e podem ser decalcadas no papel acabou tornando-se um obstáculo para a assimilação do conceito. Havia, no material, poliedros não convexos que não foram classificados como poliedros pelos sujeitos, já que algumas de suas faces não poderiam ser apoiadas sobre a mesa.

A pesquisadora foi, então, à lousa e desenhou as faces de um poliedro não convexo. A figura 5 mostra exemplos de poliedros não convexos, cuja exploração ajudou no processo de diferenciação progressiva para a aprendizagem significativa do conceito de poliedro.



**Figura 5** - Poliedros não convexos.

#### *Atividades de classificação dos poliedros.*

Pretendeu-se conceituar elementos dos poliedros: faces, vértices e arestas e também classificar poliedros pelo número de faces.

Como as atividades foram desenvolvidas em vários dias, optou-se por retomar alguns conceitos a cada início de aula. Assim, os materiais foram colocados sobre a mesa.

*Pesquisadora: Conforme vocês viram na aula passada, quero agora que vocês separem de um lado os poliedros e de outro lado os não poliedros.*

*Fel : Poliedros são figuras com várias faces.*

Eil pegou uma pirâmide de base quadrada e depois uma pirâmide base hexagonal. Pareceu não ter ouvido a explicação de Fel e afirmou, segurando outra pirâmide, de base triangular:

*Eil: Poliedro tem que ter a base plana.*

*Pesquisadora: Poli quer dizer vários; edros quer dizer faces. Poliedro, várias faces.*

*Eil: Várias faces, mas esse aqui...segurando o poliedro I (figura 3). Então face é...*

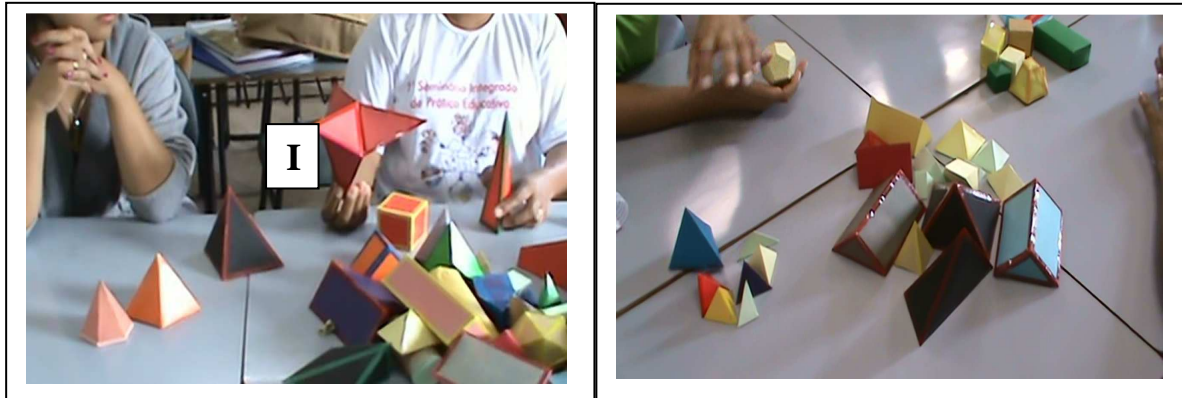
*Fel (segurando um cubo e deslizando na mesa): Face é tudo que você toca na superfície.*

Nota-se que a ação de deslizar sobre a mesa para a identificação das faces de um sólido foi, novamente, um obstáculo para a identificação dos poliedros não convexos.

As alunas foram pegando, um a um, cada sólido e separando os que eram poliedros. Parece que não conseguiam observar as figuras no geral, para separar, do conjunto, os poucos sólidos que não eram poliedros.

Eil: *Eu preciso olhar um por um. No primeiro momento, eu pensei que só esses com pontas (pirâmides) é que fossem poliedros, depois não, vi que todos os que têm faces são poliedros.*

Os poliedros foram, então, classificados pelo número de faces (figura 6).



**Figura 6** - Poliedro não convexo na mão do sujeito (I) à esquerda e conjuntos de poliedros classificados quanto ao número de faces à direita.

#### ***Atividade de classificação para polígonos e não polígonos***

Teve-se como objetivo conceituar polígonos e seus elementos: lados, ângulos, vértices. De posse da folha A (figura 1), foram sugeridos os critérios: figuras abertas e fechadas; simples e não simples; formadas por retas e por não retas.

#### ***Atividade de classificação dos polígonos***

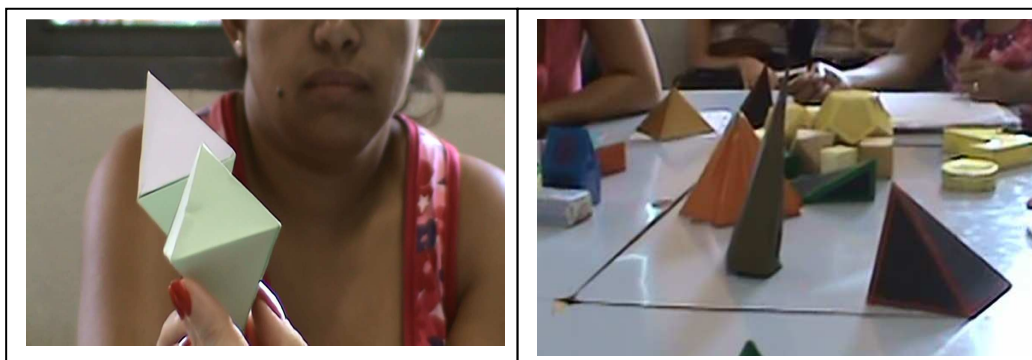
O objetivo era conceituar polígonos regulares e não regulares e também nomeá-los de acordo com o número de lados. Estes foram os critérios sugeridos: lados e ângulos congruentes e sua negação; número de lados.

#### ***Atividade de classificação dos poliedros pela igualdade das faces***

O objetivo era conceituar poliedros regulares e não regulares. Nota-se que essa atividade só poderia ser feita após as alunas terem aprendido o conceito de polígono regular. O critério sugerido foi: poliedros com faces congruentes, formadas por polígonos regulares e a sua negação. Para refinar o conceito, foram comparadas duas figuras que satisfaziam o critério sugerido, mas, por definição, só uma delas era um octaedro regular. Neste, de cada vértice partia o mesmo número de arestas (figura 7).

#### ***Atividade de classificação dos poliedros pela situação dos vértices***

Essa atividade tinha como objetivo conceituar pirâmide, tendo sido sugerido o critério de separar os poliedros que tinham todos os vértices pertencentes ao um mesmo plano (base), com exceção de um deles (figura 7)



**Figura 7** - Hexaedro (atrás) e octaedro regular (frente) à esquerda e algumas pirâmides à direita.

### *Atividade de classificação dos quadriláteros*

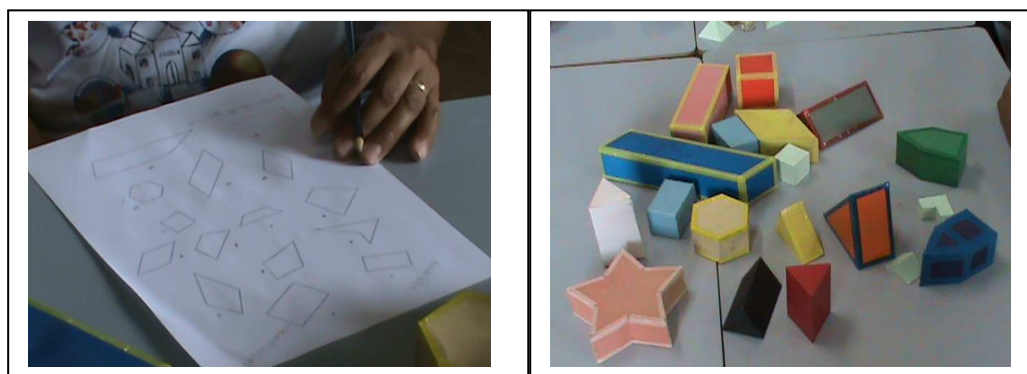
O objetivo dessa atividade era conceituar paralelogramos. Estando os sujeitos de posse da Folha B (figura 1), foram sugeridos os critérios de classificação: os quadriláteros com um par, com dois pares e sem lados paralelos; paralelogramos com lados congruentes e sua negativa; com ângulos retos e sua negativa.

Foi possível perceber as dificuldades para identificar lados paralelos e para incluir retângulos como paralelogramos, quadrados como losangos etc.

### *Atividade de classificação dos poliedros pelo paralelismo das faces*

Conceituar prismas e, entre eles, os paralelepípedos era o objetivo, aqui. Os conceitos prévios para essa aprendizagem foram o paralelismo (anteriormente de retas e, nesse caso, de planos) e paralelogramo. Assim, foi sugerido que os sujeitos separassem os poliedros com duas faces paralelas e congruentes e com as demais faces paralelogramos. Estes foram nomeados “prismas”. Os paralelepípedos foram conceituados como aqueles prismas cujas faces eram, todas, paralelogramos.

Convém acrescentar que, entre os prismas e as pirâmides, havia aqueles cujas bases eram polígonos pouco usuais no ensino da geometria. Assim, o material era formado por prismas e pirâmides retos e oblíquos, convexos e não convexos, regulares e não regulares, apesar de nem todas essas categorias estarem explicitadas no mapa conceitual (figura 8).



**Figura 8** - Folha com quadriláteros à esquerda e prismas à direita.



## 8. Discussão dos resultados

As respostas dadas pelos sujeitos às questões da prova permitiram afirmar que eles pareciam estar em um nível bem elementar de formação conceitual em geometria espacial, de acordo com a teoria de van Hiele (1986), pois não nomearam e não descreveram corretamente as principais propriedades das figuras tridimensionais mais comuns.

Sabe-se que, na aprendizagem significativa de conceitos, estão relacionadas a aprendizagem de representações e a de proposições. Na primeira, há a aquisição de vocabulário e a formação de imagens mentais para os conceitos. Nesta pesquisa, pode-se notar que vários sujeitos já tinham adquirido um vocabulário para a geometria, que utilizavam para o objeto real (ou para uma imagem que eles haviam formado), e não para uma categoria. Assim, identificavam a figura (b) do quadro 1 como pirâmide, mas não identificavam a figura (l) como pertencente à mesma categoria. Ficou claro também que os sujeitos não haviam aprendido proposições, já que não descreveram as propriedades mais gerais, por exemplo, do cubo, de modo a incluí-lo no conjunto dos paralelepípedos.

Uma análise mais atenta mostrou também que eles, muitas vezes, utilizavam vocabulário relativo às figuras planas para referir-se à geometria espacial, o que revelou conceitos subsunçores importantes para serem considerados no processo de aprendizagem.

O mapa conceitual (anexo) elaborado para a pesquisa representa a estrutura interna da geometria espacial básica na perspectiva da pesquisadora. Ele mostra a hierarquia e as relações conceituais que precisavam ser exploradas durante a intervenção, de modo a favorecer a aprendizagem significativa de conceitos da geometria. Conforme pode ser verificado, as figuras geométricas estão no topo da hierarquia, classificadas em planas e espaciais. Os critérios de classificação foram explicitados fora de quadros, sendo seguidos por flechas que indicaram as duas categorias: a afirmação, com o nome do conceito, e a negativa da propriedade anunciada. Nota-se, também, a tentativa de identificar os processos mentais implícitos no estabelecimento das relações entre os conceitos, representadas no mapa por meio de setas diferenciadas. Algumas dessas setas indicam uma relação de subordinação entre os conceitos; outras indicam a superordenação; e ainda são mostrados os casos de relações combinatórias, já que não existe hierarquia entre os conceitos referentes a figuras planas e os relativos a figuras espaciais.

A partir da identificação dessa estrutura hierárquica e dessa combinação entre conceitos, foi possível organizar o material de aprendizagem. Nota-se a preocupação em confeccionar os sólidos de modo a contemplar os exemplos de corpos redondos (cilindros, cones, esferas, cortes de cilindros e de cones e outras composições) e de poliedros (regulares e não regulares, prismas, pirâmides, paralelepípedos e outros) e os não exemplos da maioria dessas categorias. Essa preocupação manteve-se na elaboração das figuras planas.

Para fins de organização da intervenção didática, puderam ser seguidas as ponderações de Pozo (1998) acerca da metodologia que deve ser definida em virtude do caráter implícito do conhecimento prévio. Assim, como a prova já havia revelado o pouco conhecimento das alunas acerca da geometria espacial, foi necessário incentivá-las a verbalizar suas ideias e a argumentar suas conclusões.

Uma das características do conhecimento prévio é o fato de este ser bastante estável e resistente à mudança, possuindo coerência do ponto de vista do aluno, mas não necessariamente do ponto de vista científico. A coerência percebida nas argumentações de Ald, ao separar as formas retangulares que julgou serem “mais quadradinhos”, é um exemplo de que os conceitos de quadrado e de retângulo se referiam a um construto mental e não estavam ainda em um nível de entidade pública (científico).

Nota-se, também, a procura em atender ao princípio da aprendizagem subordinada, em que a nova ideia aprendida se encontra hierarquicamente subordinada a uma outra, mais geral, já formada. Assim, tendo formado o conceito de poliedro, ideia mais geral, já estabelecida, foi possível aos sujeitos atender a uma solicitação da pesquisadora: identificar os poliedros com faces paralelas e congruentes e com as outras faces, paralelogramos. Esses sólidos, ao serem identificados, foram nomeados “prismas”. Nesse caso, não se modificaram as ideias do conceito poliedro, mas os prismas foram conceituados como um tipo especial de poliedro, agora com características específicas, por meio da diferenciação progressiva dos materiais.

Em outros casos, foi possível favorecer a aprendizagem superordenada, compondo interações entre os conceitos subsunçores já estabelecidos na estrutura cognitiva do sujeito. Por exemplo, verificou-se que os sujeitos reconheceram, entre os sólidos que estavam em cima da mesa, as formas comuns utilizadas em seu cotidiano, como as pirâmides e os cubos, embora sem nomeá-los corretamente. O conceito de poliedro foi, então, desenvolvido a partir de um conjunto de atributos relacionados às ideias já estabelecidas. Dessa forma, os sujeitos formaram o conceito de poliedro, aprendendo que os conceitos de pirâmides e de cubos estavam subordinados ao conceito mais geral, por meio de uma reconciliação integradora dos conceitos.

Outro tipo de aprendizagem percebida durante a intervenção didática foi a chamada aprendizagem combinatória, em que não existe hierarquia entre as ideias novas e as já estabelecidas. Isso aconteceu a todo o momento, quando os sujeitos relacionavam as figuras planas com as espaciais. Por exemplo, o conceito subsunçor de polígono, que passou por uma reconciliação integrativa e uma diferenciação progressiva, integrou o conceito de poliedro, apesar de nenhum deles ser mais inclusivo que o outro.

## 9. Considerações finais

O presente trabalho mostrou a importância de buscar, na prática pedagógica, os aspectos teóricos relativos à aprendizagem significativa de conceitos.

No caso da geometria, a avaliação do conhecimento prévio dos alunos e a organização da estrutura conceitual hierárquica do conteúdo são aspectos imprescindíveis para a confecção de material apropriado, para a elaboração da sequência de atividades e para a metodologia a ser adotada em um processo de ensino e aprendizagem significativa.

Além da parte relativa ao material, é importante o professor conhecer características da aprendizagem ligadas ao sujeito que aprende. Assim, a mediação do professor pode levar os estudantes a refletir sobre suas ideias e compará-las com as dos colegas, de forma a favorecer os processos cognitivos de diferenciação progressiva e de reconciliação integrativa - aspectos fundamentais para a aprendizagem significativa subordinada, superordenada ou combinatória -, além de permitir a produção de sentidos na realização dessas tarefas. Aprender requer esforço, e este se acentua quando o sujeito procura refletir sobre o próprio processo de aprendizagem.

A identificação dos conhecimentos prévios dos alunos poderia, então, passar por duas fases: na primeira, a identificação de conceitos subsunçores dar-se-ia de modo mais objetivo, em que haveria a necessidade de verbalização das ideias. Uma forma de conseguir identificá-los seria a aplicação de um questionário no qual os alunos seriam solicitados a definir, identificar, descrever etc. Apesar de este instrumento não ser capaz de identificar todas as ideias, pode servir como referência para ajudar o professor a construir o mapa conceitual do assunto, organizando o material de aprendizagem, assim como aconteceu neste trabalho. Assim, esta fase compreenderia um momento que poderia ser chamado de “estático”, como se

o processo de aprendizagem fosse paralisado para que o professor, a partir da correção das respostas dos alunos, pudesse tomar consciência do ponto de partida de suas ações futuras em sala de aula.

Já a outra fase de identificação dar-se-ia durante o processo de ensino e aprendizagem, provocando os avanços, os recuos, a retomada, as complementações de material, as mudanças na metodologia etc. Seria uma fase descontínua, dinâmica, em que seria possível identificar as ideias implícitas por meio de palavras, de gestos, de ações físicas, tentando explicar os conceitos etc. A cada dia, a cada ação, a cada resposta verbalizada, o professor verificaria o desenvolvimento da estrutura conceitual dos alunos, as ideias equivocadas preexistentes e resistentes a mudanças e também aquelas oriundas do próprio processo de aprendizagem em questão.

A investigação até agora realizada limitou-se a uma introdução ao estudo da aprendizagem significativa da geometria espacial, e espera-se que a continuidade deste possa abranger mais sujeitos, de outros níveis de ensino, e aprofundar as análises e as discussões sobre os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem de conceitos.

## 10. Agradecimentos

**A autora agradece à Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – FAPEMIG-, pelo apoio financeiro.**

## 11. Referências bibliográficas

- Ausubel, D.P. (2000). *The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ausubel, D.P.; Novak, J.D.; Hanesian, H. (1980). *Psicología educacional*. (Nick Eva et al., Trad.). Rio de Janeiro: Interamericana. (Original *Educational Psychology*, New York, Holt, Rinehart and Winston, 1978).
- Brasil. (1997). MEC/Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais* (9 volumes). Brasília.
- Brito, M. R. F. (2001). *Contribuições da Psicologia Educacional à Educação Matemática*. Em Brito, M. R. F. (org). *Psicologia da educação Matemática. Teoria e Pesquisa*. Florianópolis: Insular.
- Coll, C.; Valls, E. (1998) Aprendizagem e o ensino de procedimentos. Em: Coll, C.; Pozo, J.I.; Sarabia, B.; Valls, E. *Os conteúdos na Reforma. Ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes*. (Neves, B.A., Trad.) (pp. 73-118). Porto Alegre: Artes Médicas.
- Costa, H.R.A. (2009). Modelagem matemática através de conceitos científicos. *Ciências & Cognição*. 14 (3), 114-133. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Fala, A.M.; Correia, E.M.; Pereira, H.D.M. (2010). Atividades práticas no Ensino Médio: Uma abordagem experimental para aulas de Genética. *Ciências & Cognição*. 15 (1): 137-154. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Freitas Filho, J.R. (2007). Mapas conceituais: estratégia pedagógica para construção de conceitos na disciplina química orgânica. *Ciências & Cognição*, (12), 86-95. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Klausmeier, H.J. (1977). *Manual de Psicologia Educacional - Aprendizagem e Capacidades Humanas*. (Abreu, M.C.T.A., Trad.). São Paulo: Harper e Row.
- Montes, M.A.A.; Souza, C.T.V. (2010). Estratégia de ensino-aprendizagem de anatomia humana para acadêmicos de medicina. *Ciências & Cognição*, 15 (3), 002-012. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.

- Moreira, M.A.; Masini, E.F.S. (2001). *A aprendizagem significativa: a teoria de David P. Ausubel*. São Paulo: Centauro.
- Moro, M.L. (1996). *Quando as crianças constroem juntas a adição/subtração...e a construção do professor?* Em: Novaes, M.H.; Brito, M.R.F. (Orgs.) *Psicologia na educação: Articulação entre Pesquisa, Formação e Prática Pedagógica*. Coletâneas da ANPEPP.V.1.(5). (pp. 112-134). Rio de Janeiro: Xenon.
- Moscovici, S. (1978). *A representação social da Psicanálise*. Rio de Janeiro: Zahar.
- Najjar, E.C.A.; Alves, L.M.S.A. (2009). Competências e habilidades para pesquisa em alunos de graduação de terapia ocupacional. *Ciências & Cognição*, 14 (3), 145-159. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Novak, J.D. (1998). *Learning, creating, and using knowledge: concept maps as facilitative tools in schools and corporations*. New York: Routledge.
- Pacheco, S.M.V.; Damasio, F. (2009). Mapas conceituais e diagramas V: ferramentas para o ensino, a aprendizagem e a avaliação no ensino técnico. *Ciências & Cognição*, 14 (2), 166-193. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Pirola, N.A. (2000). *Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas*. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.
- Pozo, J.I. (1998). *Aprendizagem e o ensino de conceitos*. Em: Coll, C.; Pozo, J.I.; Sarabia, B.; Valls, E. *Os conteúdos na Reforma. Ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes*. (Neves, B. A., Trad.). (pp. 17-72). Porto Alegre: Artes Médicas.
- Proença, M.C. (2008). *Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, Bauru, SP.
- Proença, M.C.; Pirola, N.A. (2006). A formação conceitual em geometria: uma análise sobre polígonos e poliedros. Em: *Anais, Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Águas de Lindóia.
- Razera, J.C.C.; Mendes, O.V.M.; Duarte, A.C.S.; Barretto, M.G. (2009). O uso de mapas conceituais em projetos de aprendizagem significativa: uma avaliação quali-quantitativa de mobilização conceitual sobre animais. *Ciências & Cognição*, 14 (2), 235-247. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Rezi, V. (2001) *Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP.
- Sternberg, R.J. (2000). *Psicologia Cognitiva*. (Osório, M.R.B., Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas Sul.
- Szymanski, H.; Cury, V.E. (2004). A pesquisa intervenção em psicologia da educação e clínica: pesquisa e prática psicológica. *Estudos de Psicologia*, 9 (2), 333-364.
- Tavares, R. (2007). Construindo mapas conceituais. *Ciências & Cognição*, 12(1), 72-99. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Tavares, R.(2008a). Aprendizagem significativa e o ensino de ciências. *Ciências & Cognição*, 13 (1), 94-100. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Tavares, R. (2008b). Animações interativas e mapas conceituais: uma proposta para facilitar a aprendizagem significativa em ciências. *Ciências & Cognição*, 13 (2), 99-108. Disponível em <http://www.cienciasecognicao.org/revista>.
- Teixeira, F.M. & Sobral, A.C.M.B. (2010). Como novos conhecimentos podem ser construídos a partir dos conhecimentos prévios: um estudo de caso. *Ciência & Educação*, 16 (3), 667-677.
- van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight - A theory of Mathematics Education*. Orlando: Academic Press.

## Notas

- (1) A versão prévia desse trabalho foi aceita para apresentação no XIII CIAEM – Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife, 2011; com o título “Aprendizagem significativa da geometria espacial: intervenção didática com alunos do curso de Pedagogia”.
- (2) Estudos sobre a psicologia, relativos à educação matemática e ligados à formação conceitual em geometria, podem ser vistos em Pirola (2000); Proença e Pirola (2006); Proença (2008); e Rezi (2001).
- (3) Grande parte dos trabalhos sobre aprendizagem significativa diz respeito ao ensino de ciências e de tecnologia. Somente na revista *Ciência & Cognição* foram encontrados vários trabalhos recentes abordando o tema, conforme pode ser visto em Costa (2009); Fala, Correia e Pereira (2010); Freitas Filho (2007); Montes e Souza (2010); Najjar e Alves (2009); Pacheco e Damasio (2009); Razera, Mendes, Duarte e Barretto (2009); Tavares (2007, 2008a, 2008b) e Teixeira e Sobral (2010).
- (4) O estudo aqui apresentado é parte de uma pesquisa financiada pela FAPEMIG – Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de Minas Gerais – Edital Universal.
- (5) A estrutura cognitiva pode ser definida como o conteúdo total e organizado das informações, ideias, dos conceitos e dos procedimentos que o sujeito possui a respeito de uma determinada área de conhecimento.
- (6) A aprendizagem significativa está vinculada a uma motivação mais intrínseca, enquanto a aprendizagem memorística se relaciona à motivação extrínseca.
- (7) Representação social é um conjunto organizado de julgamentos, de atitudes e de informações que um determinado grupo social elabora a respeito de um dado objeto. Ela resulta de processo de apropriação da realidade externa e da reconstrução dessa realidade em um sistema simbólico. Grande parte dos estudos sobre representações sociais faz referência ao trabalho de Moscovici (1978).
- (8) De acordo com Sternberg (2000), o conhecimento de um indivíduo pode ser classificado como declarativo ou de procedimento. O conhecimento declarativo é um corpo organizado de informações sobre objetos, ideias ou eventos e pode ser expresso em palavras ou em outros símbolos. Já o conhecimento de procedimentos está mais ligado ao modo de realizar os passos de procedimentos para desempenhar ações. Enquanto o conhecimento declarativo responde ao “saber o quê” (a forma, a estrutura), o conhecimento de procedimentos responde ao “saber como” (os processos). No entanto, as duas formas de conhecimento podem interagir na maioria das tarefas que as pessoas executam.

Anexo 1 – Mapa conceitual para a geometria.

