Competências para resolver problemas e para analisar a resolução de problemas

Maria Helena Fávero
Regina da Silva Pina Neves

Resumo

As avaliações oficiais e as pesquisas apontam dificuldades particulares com a divisão e os números racionais, sugerindo que o ensino valoriza as regras do algoritmo em detrimento do conceito, não ampliando a compreensão dos sistemas numéricos (Fávero, 2001; 2007). Inspirando-nos no estudo de Fávero (1994) sobre a prova de matemática, desenvolvemos dois estudos. No primeiro, apresentamos a 20 professores do ensino fundamental três tarefas escritas retiradas de avaliações escolares. Para cada uma, propusemos questões sobre a notação, a interpretação dos erros, a correção feita e o tipo de procedimento que sanaria as dificuldades. No segundo estudo, apresentamos a 26 pedagogas e 6 psicólogas duas tarefas: a resolução de uma situação-problema e a análise dos registros de sete alunos produzidos na resolução de três situações-problema. Os resultados evidenciaram que, no geral, os participantes descrevem o erro sem levantar hipóteses; atribuem-no ao aluno; e apresentam discurso construtivista, incompatível com suas respostas e dúvidas conceituais.
Palavras-chave: Ensino da matemática, solução de problemas, avaliação.

Problem solving competencies and problem solving analysis competencies: a study of teachers, education students, education graduates and psychologists

Abstract

Official reports in Brazil reveal specific difficulties related to division and rational numbers, suggesting that the teaching valorizes algorithmic rules over the concepts themselves (Fávero, 2001; 2007). We describe two studies. In the first one, we show three written and typed school assessment tasks to 20 teachers who work with grades 1 through 8. We asked questions regarding notation, error interpretation, the corrections made and the sort of procedure which could help solve the difficulties shown in each of the three tasks. In the second study, we showed two tasks to 26 education majors and 6 psychologists: the solution to a problem situation and the analysis of the records produced by seven students who worked on the problems. The results indicate that: participants describe errors without formulating hypotheses; they attribute them to the students; they speak in Constructivist terms, which are incompatible with their conceptual doubts and answers.
Keywords: Mathematics education, problem solving, evaluation.

Aptitudes para resolver problemas y para analizar la resolución de problemas: un estudio junto a profesores, licenciados, pedagogos y psicólogos

Resumen

Las evaluaciones oficiales y las investigaciones señalan dificultades especiales con la división y los números racionales, sugiriendo que la enseñanza valora las reglas del algoritmo en lugar del concepto, no ampliando la comprensión de los sistemas numéricos (Fávero, 2001; 2007). Inspirándonos en los estudios de Fávero (1994) sobre la prueba de matemática, desarrollamos dos estudios. En el primero, presentamos a 20 profesores de la enseñanza primaria tres tareas escritas retiradas de evaluaciones escolares. Para cada una propusimos preguntas sobre la puntuación, la interpretación de los errores, la corrección hecha y el tipo de procedimiento que superaría las dificultades. En el segundo, presentamos a 26 pedagogas y 6 psicólogas dos tareas: la resolución de una situación-problema y el análisis de los registros de siete alumnos producidos en la resolución de tres situaciones-problema. Los resultados evidenciaron que, en general, los participantes describen el error sin sugerir hipótesis; lo atribuyen al alumno; presentan un discurso constructivista, incompatible con sus respuestas y dudas conceptuales.
Palabras-clave: Resolución de problemas, enseñanza de matemática, resolución de problemas, evaluación.

Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, elaborados no Brasil nos anos 90, deram ênfase à chamada situação de resolução de problemas, entendida como fundamental para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos (PCN, 1997). Podemos dizer que isso se deveu à influência das pesquisas desenvolvidas no Brasil e em outros países, seja na área da Educação Matemática, como na área da Psicologia da Educação Matemática. As edições do ICMI – International Commission on Mathematical Instruction - Study Series (Howson & Wilson, 1986; Nesher & Kilpatrick, 1990), são exemplos disso.

Atualmente, temos dois fatos instigantes sobre esta questão. O primeiro é que, embora a resolução de problemas envolvendo as quatro operações aritméticas e os conceitos algébricos venham sendo objetos de investigações há décadas, evidenciam-se, nos dados apontados pelos sistemas nacionais e internacionais de avaliação oficial, a persistência do baixo desempenho dos estudantes nesse tipo de tarefa (SAEB, 2003; PISA, 2003).

Consistente com tais dados, vários estudos têm relatado a permanência de uma prática docente ainda pautada em memorização de regras e procedimentos em detrimento do desenvolvimento de competências conceituais. Além disso, estudos como os de Fávero e Soares (2002) e Fávero e Pimenta (2006) têm evidenciado que alunos e professores vêm desenvolvendo uma compreensão limitada do sistema numérico, das quatro operações e, consequentemente, dos algoritmos formais a elas associados. Uma das consequências disto tem sido observada na passagem da aritmética para a pré-álgebra, dificultando a compreensão das estruturas e princípios que regem as manipulações simbólicas e como esses símbolos podem ser utilizados para representar ideias matemáticas (Bay-Williams, 2001).

O segundo fato instigante também é fruto dos dados das avaliações oficiais já referidas e apontam para a existência de um grande gargalo entre o quinto e o sétimo ano do Ensino Fundamental e sua relação estreita com as dificuldades dos estudantes frente às tarefas relacionadas ao número racional e à divisão.

Esse dado é compatível com a revisão bibliográfica que desenvolvemos a partir dos estudos publicados entre 1999 e 2005 (Fávero & Neves, 2007). Nossa análise apontou vários aspectos recorrentes: 1. os estudos sobre a divisão apontam um melhor desempenho dos alunos em situação de divisão partitiva com quantidades contínuas e que a noção de divisão precede o uso de procedimentos matemáticos formais; 2. os estudos indicam que os algoritmos alternativos são os mais utilizados na resolução de problemas, são vistos pelos alunos como mais eficazes do que o algoritmo formal, e que estes mesmos alunos não demonstram a compreensão da lógica do algoritmo formal, o que pode explicar a preferência pelos algoritmos alternativos; 3. os estudos sobre os racionais evidenciam que, em geral, os alunos utilizam pouco o registro fracionário (a/b), optando pela conversão para o registro decimal ou natural; 4. observa-se um melhor desempenho nos estudos que se utilizam de situações que envolvem o sistema monetário, ao mesmo tempo em que indicam que os estudantes tratam os números decimais como um conjunto numérico dissociado dos fracionários.

Um aspecto particularmente interessante dessa análise em relação ao presente trabalho é o dado referente à análise dos erros nas resoluções de problemas envolvendo os racionais. De um modo geral, os estudos evidenciam que, tanto no caso dos estudantes como no caso dos professores, os erros são, na sua maioria, consequência da generalização de regras, sem que haja indícios de uma análise das condições que validem tal generalização. Assim, nos estudos nos quais se solicita aos professores que elaborem problemas, os resultados indicam que eles priorizam a fração com o significado de operador multiplicativo e valorizam o uso exclusivo de algoritmos formais ou regras para a sua resolução. Por outro lado, nos estudos nos quais eles são solicitados a propor atividades para o ensino dos racionais, a tendência é focar na demonstração de desenhos de figuras subdivididas em partes iguais, algumas das quais, destacadas, para o registro formal de frações, ou a mesma sequência com o uso de um material, como papel dividido em partes, por exemplo.

Assim, nossa análise bibliográfica evidenciou o que Fávero (2001, 2005b, 2007, 2009a, 2009b) tem insistido em salientar, isto é: independente da formação, existe um paradigma pessoal resistentemente partilhado no meio escolar, que envolve uma representação social particular sobre conhecimento, sobre conhecimento científico, sobre as áreas particulares desse conhecimento e a ideia de que tais áreas se constituem em verdadeiros "pacotes fechados" que, portanto, devem ser assim "repassados" aos alunos.

Ora, uma vez que se considere que a efetiva inserção educacional do indivíduo, seja ele criança, adolescente ou adulto, pressupõe, como tem salientado Fávero (2001; 2005 a; 2007; 2009), a sua interação com os instrumentos já convencionados de representação do conhecimento humano, cria-se, portanto, no próprio meio escolar, um paradoxo: esta interação não é privilegiada (ver também Fernandes e Healy (2007)).

Em outros termos, isso significa dizer que o que podemos deduzir dos relatórios oficiais, assim como dos estudos publicados e dos projetos de pesquisa que temos desenvolvido, é que há um grande impasse: de um lado, os professores não consideram os registros construídos pelos alunos como instrumentos importantes para a aquisição dos registros convencionais e, de outro, os alunos não o utilizam adequadamente porque desconhecem a sua lógica (Fávero, 1999; Fávero, Maurmmann, & Souza, 2003).

Trata-se, portanto, de uma questão séria para a relação entre o ensino formal e o desenvolvimento psicológico humano, por pelo menos duas razões principais. A primeira diz respeito à importância dos registros construídos pelos estudantes: eles refletem o que Sinclair e Scheuer (1993) denominam de "apreensão conceitual" das noções em jogo e têm inegável importância no processo de aquisição dos instrumentos já convencionados de representação do conhecimento humano, de modo que não deveriam ser ignorados. Por implicação, a segunda diz respeito à própria avaliação das competências dos estudantes e sua relação com a sua história escolar (Wallen, Plass, & Brünken, 2005).

O presente trabalho visou ampliar esta análise, focando outros profissionais que estão direta ou indiretamente relacionados com estas duas questões: os pedagogos e os psicólogos. Como sabemos, e vários estudos têm confirmado, os chamados Conselhos de Classe desempenham um papel importante como instância coletiva de avaliação e "reforçam aspectos individuais da prática docente, através de seus pares" (Mattos, 2005, p. 217). O estudo de Angelucci, Kalmus, Paparelli e Patto (2004) confirma esta análise.

Destes Conselhos, participam pedagogos e psicólogos envolvidos na prática da orientação educacional e pedagógica, no atendimento de alunos com dificuldades de aprendizagem e no exercício do próprio magistério. Portanto, eles constituem peças importantes no jogo das decisões sobre o destino escolar dos estudantes, o que nos motivou a desenvolver os dois estudos que relatamos a seguir.

Fundamentando-nos em Fávero (1994), visamos, para ambos, dois objetivos articulados: 1. analisar como professores e estudantes de matemática e os profissionais formados em pedagogia e em psicologia interpretavam as notações de alunos; 2. obter indícios de sua prática profissional, incluindo o tipo de avaliação, sobretudo no que se referia à divisão e ao número racional.

Método

Estudo 1

Sujeitos

Participaram deste estudo um grupo de 20 professores, de ambos os sexos. Tratou-se de um grupo heterogêneo, com uma faixa etária entre 22 e 49 anos, com formação diversa (10 licenciados em matemática, seis em pedagogia, um em pedagogia e ciências, com habilitação em matemática, e três estudantes de matemática), com diferentes períodos de tempo de exercício da docência e lecionando em diferentes níveis de ensino: da Educação Infantil ao Ensino Médio e de escolas da Rede Pública e da Rede Particular do Ensino do Distrito Federal.

Procedimento

Após obter sua anuência, apresentamos aos sujeitos 3 folhas de papel A4, cada uma com uma atividade de matemática e com os respectivos registros dos alunos e correção do professor, reproduzidas por scanner e selecionadas de avaliações escolares obtidas em uma escola pública do Ensino Fundamental do Distrito Federal. A primeira apresentava uma divisão do tipo "arme e efetue", com anotações de dois alunos do 5º ano do Ensino Fundamental; a segunda, a resolução de um problema por um aluno do 6º ano do Ensino Fundamental; a terceira, a resolução de um problema por um aluno do 8º ano do Ensino Fundamental. Para cada uma delas, foram propostas questões a serem respondidas ou completadas pelos sujeitos (ver Anexos 1, 2 e 3).

As respostas foram analisadas tomando-se a proposição como unidade de análise conforme proposto por Fávero (2005a, 2007), visando à obtenção de dados que evidenciassem tanto a natureza da análise e dos comentários dos sujeitos, como a articulação que esta análise explicitava sobre a relação entre competências e dificuldades para a realização deste tipo de atividade. Em suma, nosso procedimento de análise procurou evidenciar a importância atribuída às regras e procedimentos e a importância atribuída ao desenvolvimento do pensamento matemático.

Resultados e Discussão

De modo geral, frente à 1ª tarefa, nossos sujeitos limitaram-se a descrever o erro sem propor hipóteses explicativas para ele, repetindo o que o registro já explicitava, isto é, não se evidenciou uma reflexão sobre a origem conceitual ou mediacional do erro. As poucas exceções permaneceram num nível pouco complexo de explicação, tais como: "*é muito relativo pois talvez o aluno simplesmente não tenha resolvido com atenção por ser uma questão solta, descontextualizada ou ele não associou que devemos encontrar quantas vezes o divisor está no dividendo".* Os tipos de explicações mais frequentes foram: falta de atenção do aluno, falta de segurança do aluno, falta de conhecimento da tabuada etc. Para a maioria, a utilização da tarefa do tipo "arme e efetue" foi considerada adequada: *"Sim, é uma atividade onde o aluno raciocina de uma forma precisa e sempre prática"; "Sim. São cálculos que o aluno tem que dominar desde cedo, pois no futuro vai ser útil". "Sim, porque hoje em dia os alunos estão muito acostumados com a calculadora e em certos concursos não podem usar calculadoras".*

Para o item (c), no qual lhes foi solicitada a descrição de uma sequência didática a partir da análise da notação, os sujeitos se limitaram, no geral, a repetir a descrição do erro ou um dos seus aspectos ou a utilizar frases gerais que não respondiam à solicitação. Apenas um dos nossos sujeitos formulou uma proposta pontuando as ações que empreenderia: *"Caso 1: Refletir sobre a validade do resultado: como a metade de 286 pode ser 243? Caso 2: Idem. Questionar: Como 360: 6 por de 80? Caso 1 e 2: Reforçar que por ex: 286=200+80+6, portanto, a divisão seria 100+ 4-+ 3".*

Frente à 2ª tarefa, a maioria dos sujeitos não concordou com a correção emitindo opiniões do tipo: "*Seu raciocínio foi correto para montar a operação matemática, mas na divisão ele se atrapalhou com a resposta e na operação. Penso que em matemática não existe meio termo ou meio certo; ou é certo ou errado".* Outros expressaram dúvidas e emitiram opiniões que revelaram a sua dificuldade em estimar um valor para a nota em termos da avaliação da qualidade e da natureza da notação, se correta ou incorreta: "*Acho que poderia ser menor esse valor dado pelo professor".* Uma minoria concordou com a correção e apresentaram argumentos da seguinte natureza: "*Concordo. Porque o professor avaliou o desenvolvimento do raciocínio do aluno, apesar do mesmo não ter chegado ao resultado correto"; "Sim, pois ele efetuou a multiplicação corretamente e entendeu que o passo seguinte seria a divisão do resultado obtido por 309, errando apenas na divisão. A interpretação foi correta".* Para o item (c), assim como na 1ª tarefa, a maioria dos sujeitos descreveu o erro, não levantando hipóteses para interpretá-lo: "*Na divisão na verdade não entendi o que ele (*o aluno) *fez".* A grande maioria dos sujeitos apresentou propostas da seguinte natureza: *"Pediria para recomeçar e seguir os passos iniciais com bastante atenção"; "Apresentaria um problema similar, e pediria que refizessem a questão".* Quanto ao uso das situações problemas na prática de ensino, os sujeitos foram unânimes em aprová-las, apresentando argumentos gerais tais como: *"Sim, trabalha com a interpretação e isso é de grande importância para qualquer que seja o conteúdo".*

Frente à 3ª tarefa, mais uma vez, a maioria não apresentou uma análise da notação limitando-se a respostas gerais como: *"Não entendeu a questão, e durante a explicação da mesma não soube escrever a sua solução"; "Teve uma linha de raciocínio melhor, mas os erros de português são gritantes".* Outros apresentaram a resolução correta da questão, descrevendo partes do erro, como: *"Não resolveu o problema, apenas indicou a parte que faria em meia hora e em uma hora (que já está no enunciado) além disso errou na divisão (60 ; 2 = 30)"; "Tem um raciocínio lógico mais aguçado. Não conseguiu concluir que, se em meia hora faz* $\frac{1}{5}$*, levará 5 "meias horas" , mas compreendeu que esse poderia ser um caminho. Tentou formalizar na divisão, mas não conseguiu".* Como nas situações anteriores, a maioria dos professores não propôs uma atividade didática, limitando-se a respostas da seguinte natureza: *"O alertaria para os procedimentos a serem feitos, e tentaria trabalhar mais a abstração"; "Registraria no quadro por meio de desenho e explicações".*

Os estudos sobre a notação matemática e sobre a análise dos erros têm sido mais frequentemente desenvolvidos por pesquisadores interessados nas representações simbólicas e nos significados construídos pelos alunos (Fávero, 1999; Fávero & Soares, 2002; Keijzer & Terwel, 2001; Moskal & Magone, 2000; por exemplo). Estudos centrados na interpretação de professores sobre a produção dos alunos têm surgido com mais frequência nos últimos anos, como é o caso dos estudos de Santos (2005) e de Silva (2005), cujos dados são compatíveis com aqueles que relatamos.

No entanto, estudos focados na análise de pedagogos e psicólogos sobre a notação dos alunos - tanto em matemática como em outras áreas do conhecimento - ainda são raros, embora, como se saiba, tais profissionais estejam direta ou indiretamente envolvidos com a prática da escolarização formal.

Método

Estudo 2

Sujeitos

Participaram deste estudo 32 mulheres, numa faixa etária entre 20 e 40 anos, sendo 26 pedagogas e 6 psicólogas, todas com atividades profissionais relacionadas à educação formal. Dentre as pedagogas, 19 trabalhavam em escolas: 11 como professoras da Educação Infantil e das Séries Iniciais do Ensino Fundamental; duas como pedagogas em práticas de atendimento a alunos em situação de dificuldade de aprendizagem; uma como professora de informática; duas em cargo de direção; e três atuavam como orientadoras. As psicólogas atuavam em clínicas para crianças e adolescentes com dificuldades de aprendizagem. Na ocasião da coleta de dados relatada a seguir, todas eram estudantes de um curso de pós-graduação Lato Senso – especialização em psicopedagogia – em uma Universidade do Distrito Federal.

Procedimento

Após sua anuência, propusemos a todas duas tarefas sequenciais e distintas. A primeira apresentava uma situação-problema inserida em um contexto de compra que exigia, para sua solução, a busca de um padrão numérico e domínio das quatro operações (Anexo 4).

Na segunda, solicitava-se que fossem analisadas e comentadas as notações matemáticas de sete adolescentes inclusos nos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública do Distrito Federal. Tratava-se de registros produzidos para a resolução de três situações-problema: 1. *Ganhei uma caixa de lápis de cor com 6 lápis. Cada lápis mede 6,34 cm e todos têm o mesmo tamanho. Se eu colocar os lápis um atrás do outro em linha reta, qual será o tamanho desta linha? 2. Minha mãe me deu R$ 10,00 para eu ir à padaria e comprar um pacote de café que custava R$ 3,95, um pacote de açúcar que custava R$1,40 e um pacote de manteiga que custava R$ 3,37. Com quanto de troco eu voltei para casa? 3. Neste final de semana, você vai ao cinema assistir ao filme dos robôs. A sessão começa às 15h e 15min e termina às 17h e 30min. Se for a sua mãe quem vai te buscar, ela precisa saber quanto tempo dura a sessão de cinema, para não se atrasar. Descubra quanto tempo durou a sessão.*

Para a segunda tarefa, cada uma das participantes do estudo recebia três tabelas, uma para cada problema descrito, com três colunas: a primeira indicava a ordem das resoluções dos 7 adolescentes; a segunda, com a denominação de 'notação matemática', apresentava a resolução de cada um e a terceira, denominada de 'análise', apresentava um espaço em branco no qual se instruía que as anotações fossem feitas (ver exemplo no Anexo 5). As duas tarefas foram realizadas em uma sala de aula da universidade a qual frequentavam na referida especialização.

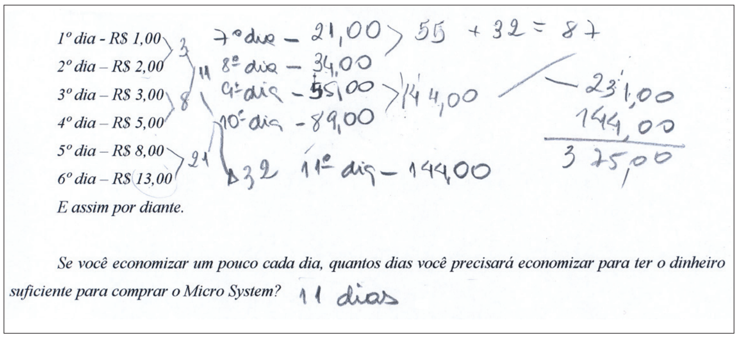


Figura 1 - Pedagoga, 29 anos, professora de primeira série de uma escola particular.

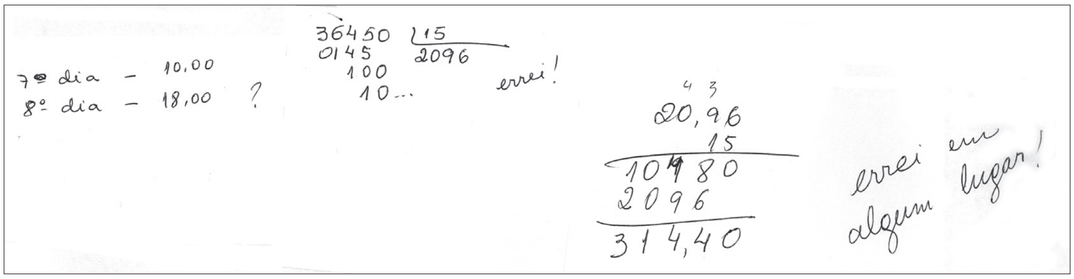


Figura 2 - Pedagoga, 45 anos, atua na equipe de atendimento pedagógico de uma escola da SEDF.

Os registros apresentados para as resoluções elaboradas por cada um dos sujeitos ao problema proposto na primeira tarefa foram submetidos a uma análise do ponto de vista dos procedimentos adotados na busca do padrão numérico e da competência relacionada às quatro operações. Na segunda tarefa proposta, obtivemos 3 tabelas de cada sujeito, perfazendo um total de 96 tabelas. Procedemos à sua análise acrescentando, a cada uma, uma nova coluna, na qual analisamos a produção dos sujeitos, considerando, como no primeiro estudo, a articulação que esta análise explicitava sobre a relação entre competências e dificuldades para a realização deste tipo de atividade.

Resultados e Discussão

Como já dissemos, desconhecemos estudos desta natureza, realizados junto a pedagogos e psicólogos. Assim, a discussão dos resultados obtidos será focada na sua análise e significado.

Das 26 pedagogas, apenas quatro formularam uma estratégia de resolução completa para a 1ª tarefa, adotando, no geral, os seguintes procedimentos: 1. observação da sequência numérica; 2. identificação do padrão de crescimento; 3. conclusão de que o valor economizado no 3º dia é a soma dos valores economizados nos dias anteriores; 4. entendimento de que deveria somar os valores acumulados ao longo de todos os dias até o valor necessário para a compra do produto em questão; e, finalmente, 5. após os cálculos, concluir que seriam necessários 11 dias. A figura 1 exemplifica esses procedimentos.

Diversas estratégias foram utilizadas pelas demais. No geral, evidenciou-se: 1. a não compreensão do padrão numérico em questão; 2. a formulação de explicações diversas para tal crescimento e 3. a tentativa de resolver o problema desconsiderando o padrão de crescimento dos dados do enunciado, em geral, e tentando obter o número de dias por meio de uma operação de divisão via algoritmo padrão. A figura 2 é um exemplo.

Como podemos observar na figura 2, o registro à esquerda evidencia a tentativa de descobrir um padrão: inicia colocando que 10 (dez) reais seria o valor economizado no sétimo dia, contudo esse valor é menor que o economizado no sexto dia. Logo em seguida, registra 18 para o oitavo dia. Abandona a busca pela compreensão do padrão e registra o sinal de interrogação; volta a trabalhar então com o valor R$ 364,50 (preço do aparelho de som) e com 15 (a quantidade de dias da promoção), partindo para a notação que podemos ver no centro da figura 2. Na resolução do algoritmo formal da divisão, não utiliza a vírgula e inicia o processo como se o número fosse inteiro. Ao dividir 36 (no registro sem a vírgula - unidades de milhar) por 15 unidades, registra que sobra 1, quando na verdade sobrariam 6, o que compromete todos os outros passos seguintes. Tenta "tirar a prova real" (ver registro à direita), o que pode ser indício de ter percebido seu erro. Multiplicar 20,96 por 15 parece ser sua última tentativa para descobrir em que passo do algoritmo da divisão havia errado. Sem sucesso, registra que errou, mas não evidencia ter conseguido localizar seu erro.

A não compreensão do padrão de crescimento fez emergirem várias hipóteses para os números que aparecem no problema. Uma delas pode ser acompanhada na produção registrada na figura 3: 1. são agrupados os valores economizados nos três primeiros dias, obtendo-se R$ 6,00; 2. desconsidera a relação entre os valores dos três primeiros dias e os demais e continua agrupando os valores referentes ao quarto, quinto e sexto dia, chegando ao valor R$ 26,00; os dois valores são somados, obtendo-se R$

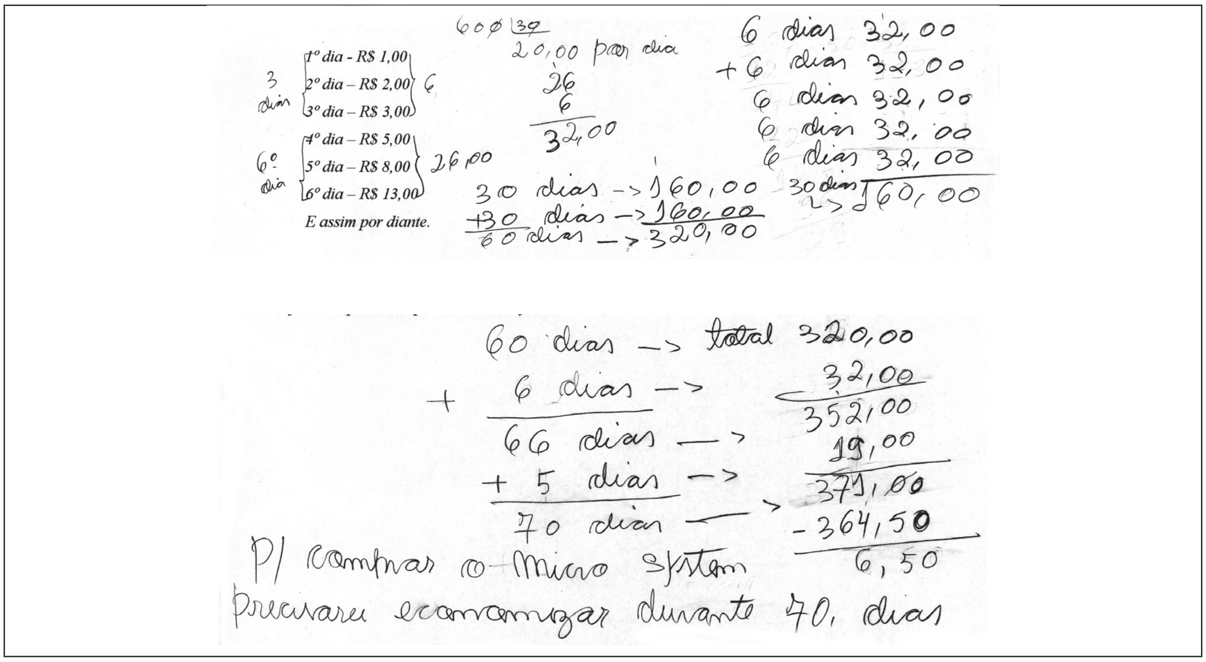


Figura 3 - Pedagoga, 39 anos, na ocasião da coleta de dados trabalhava como telefonista.

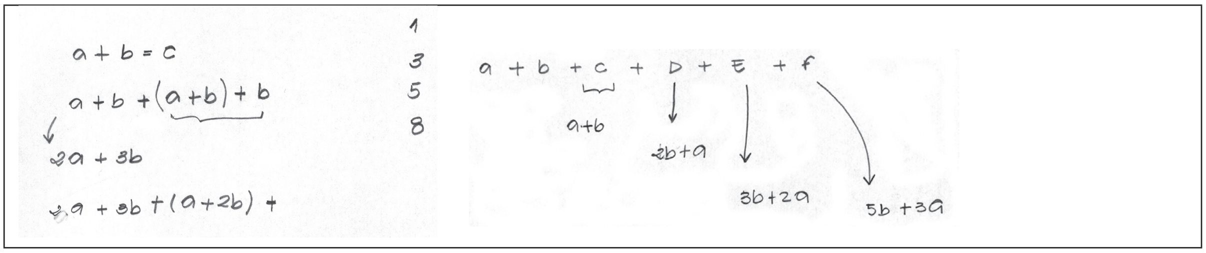


Figura 4 - Psicóloga, 29 anos, trabalha com crianças e adolescentes em clínica especializada

32,00; 3. conclui, com base nesse resultado, que em 6 dias economizaria R$ 32,00; 4. a partir de sua hipótese inicial, fixa esse valor e considera que ele se mantenha constante para todos os dias.

A análise desse registro evidenciou a dificuldade de ler os números expressos na sequência numérica e identificar neles a regularidade que os associava. Assim, tal dado nos permite levantar a hipótese de que, na sua história de escolarização, esta pessoa não construiu as competências conceituais relacionadas às noções pré-algébricas. É por isso que, considerando apenas as informações dadas no problema e baseando-se apenas no raciocínio da proporcionalidade, é tirada a conclusão: se em 6 dias economizam-se 32 reais, então em 30 dias economizariam-se 160 reais e assim, sucessivamente, até os necessários 70 dias.

As psicólogas apresentaram resultados similares em termos de estratégias. No entanto, obteve-se uma estratégia de resolução inédita para o conjunto de respostas dos dois grupos. Tratou-se de uma resolução elaborada tendo como objetivo encontrar a lei de formação presente na sequência numérica e definida a partir do padrão de crescimento, questão relacionada, portanto, à emergência do conceito de função (ver figura 4).

Como já relatado em relação ao grupo anterior, entre as psicólogas permanece a dificuldade em lidar com o algoritmo da divisão (ver figura 5). Novamente, a exigência do algoritmo formal em decompor o número em fatores polinomiais (3.100 + 3. 10 + 2.1 + 5. 0,1) não é compreendida: inicia dividindo 33 dezenas por 9 obtendo 3 e sobrando 5 (na verdade seriam 6). Procede, na linguagem usual do meio escolar, ao *baixar o próximo número* e encerra.

Na figura 6, podemos observar outro aspecto do registro do mesmo sujeito: encontramos outra tentativa de resolução de tal algoritmo, o que pode evidenciar o esforço cognitivo do sujeito na busca de uma resposta adequada.

No que se refere à segunda tarefa proposta, tanto os psicólogos como os pedagogos, em sua maioria, limitaram-

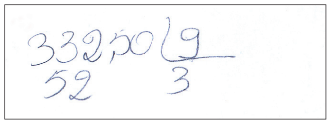


Figura 5 - Psicóloga, 30 anos, estagiária do setor de pediatria de um hospital público.

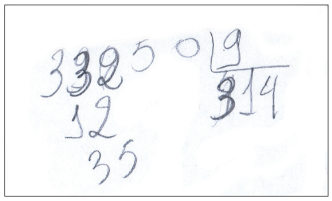


Figura 6 - Psicóloga, 30 anos, estagiária do setor de pediatria de um hospital público.

se a descrever o erro sem levantar hipóteses explicativas para ele, repetindo o que o registro já explicitava e não levantando hipótese para a origem conceitual ou mediacional do erro. Para a primeira situação, eles usaram, frequentemente, expressões tais como "*Correto", "Ok"* na análise das resoluções 1, 2, 3 e 4 e/ou adicionaram comentários que não revelavam uma tentativa de compreensão da estratégia adotada ou do seu significado para a prática docente, como, por exemplo: "*Faltou o sinal de x"; "Faltou o sinal da conta".*

Também foi evidenciado que o uso da operação de adição no lugar da multiplicação foi considerado correto, embora com ressalvas, como, por exemplo: *"o aluno chegou à resposta correta apesar de ter raciocinado de outra forma".* Quanto às resoluções 5, 6 e 7, foram unânimes os comentários da seguinte natureza: "*Errado, não deu certo, não entendeu o problema", "Está confundindo as operações".* Outras expressões dirigiam-se aos sujeitos que haviam resolvido as situações-problema, como, por exemplo: *"Preste atenção, se cada lápis mede 6,34 cm, qual será o tamanho desta linha?".* É muito interessante este tipo de comentário, pois ele evidencia, mais uma vez, a crença tão conhecida no meio escolar de que, uma vez que o aluno seja atento, ele necessariamente terá bons resultados escolares.

Outros comentários evidenciam dois dados importantes. O primeiro é a crença de que efetivamente há uma operação certa para a resolução de cada problema. O segundo é a evidência inegável de que os sujeitos não apresentam a competência necessária para desenvolver uma análise da produção de alunos. Exemplos disso são os comentários da seguinte natureza: "*o aluno consegue montar a operação, porém confundiu multiplicação e adição", "Era para resolver com multiplicação; tem que ser multiplicação".*

Quanto à segunda e à terceira situações propostas, os dados obtidos foram muito similares. No geral puderam ser evidenciados três tipos de análises mais frequentes. Na primeira, os sujeitos limitaram-se a descrever o procedimento adotado ou simplesmente se limitaram a qualificá-lo em certo ou errado, ou ambos, como, por exemplo: "*Errado. Começou somando os preços dos pacotes de café e do açúcar, que está certo, mas esqueceu de incluir o preço da manteiga e apresentou dificuldade na subtração".*

Na segunda, usaram frases que descreviam ou atribuíam o erro ao próprio aluno, referindo-se a pré-requisitos: *"A criança fez esquemas, seguindo um raciocínio lógico*".

No terceiro tipo, observaram-se notações ambíguas, como: "*Como pode ter voltado p/ casa com mais dinheiro do que ele recebeu? Ele tinha dinheiro na cueca ou ela tinha mais dinheiro".* E outras se dirigiam ao sujeito que havia resolvido o problema: "*Faça novamente, por partes; Leia com atenção o enunciado".*

Os dados obtidos com este estudo evidenciaram que os profissionais em questão não estão preparados para proceder a uma análise da notação dos alunos e nem para propor atividades visando ao desenvolvimento de competências conceituais. Ficou demonstrado também que estes mesmos profissionais não estabelecem nenhuma relação entre os registros dos alunos e a prática da mediação docente em sala de aula: "*Entendeu a ideia do problema, acertou a adição, acertou que deveria subtrair, mas errou o resultado da subtração pelo que percebi por falta de atenção em lembrar que precisou decompor o minuendo".* Alguns poucos profissionais admitiram sua impossibilidade de descrever e analisar o procedimento do aluno, mas não fica claro se por falta de competência sua ou porque o próprio registro não o permitia: *"Não consigo entender o raciocínio do aluno nessa questão e nem como conseguiu chegar a este resultado".*

Considerações Finais

Nossos dados nos levam a concluir que, independente do tipo de formação, os sujeitos que participaram dos dois estudos descritos não apresentaram competência para analisar o significado nas notações apresentadas e nem para apresentar sugestões de intervenção naquelas situações nas quais se identificaram equívocos na utilização dos algoritmos na resolução. Com relação aos pedagogos e psicólogos, ficaram explícitas suas dificuldades na realização das tarefas, tanto no que diz respeito à identificação de padrões numéricos, quanto no que se refere à compreensão textual do problema que lhes foi apresentado e à notação do algoritmo formal das operações, em especial o da divisão.

Os comentários que obtivemos, tanto dos professores e estudantes de matemática, como dos psicólogos e pedagogos, remetem-nos ao que Fávero (2007) denominou de '*paradigma consensual'*, sustentado por várias premissas, entre as quais podemos salientar:

> 1. o sucesso e o fracasso escolar são vistos como dicotômicos sem consideração das particularidades dos processos desenvolvimentais; 2. a avaliação se fundamenta apenas nas respostas corretas e na comparação entre alunos, sem consideração do desenvolvimento do aluno em relação a seu próprio desenvolvimento; 3. a aprendizagem é fundamentada sobre a capacidade do aluno de obedecer, de fazer aquilo que se pede dele e a receber passivamente o conhecimento; 4. a escrita e a notação matemática são vistas como tendo um valor em si e não em relação ao seu significado comunicacional; 5. a ideia de 'considerar a experiência do aluno' é tomada no sentido de 'se limitar à experiência do aluno'; 6. a cognição e a emoção são vistas como dicotômicas de tal modo que a afetividade é compreendida como um 'ingrediente' da situação de aprendizagem (Fávero, 2007, p. 631, tradução nossa).

Tais premissas são compatíveis com os dados que acabamos de relatar e evidenciam uma prática de avaliação centrada prioritariamente nas dificuldades e que ignora as competências, o que significa, em suma, ignorar os processos psicológicos desenvolvimentais.

Assim, estamos retomando a proposta já explicitada em várias ocasiões por Fávero (2001, 2005a, 2005b, 2007, 2008, 2009a, 2009b) e que coloca em discussão o papel dos cursos de 3º grau, não apenas dos cursos de licenciatura que formam os professores, mas também dos outros cursos que formam os profissionais que, direta e indiretamente, lidam com a educação formal, em particular os cursos de Pedagogia e Psicologia: trata-se da necessidade de promover, além do desenvolvimento de competências particulares em áreas específicas do conhecimento, o desenvolvimento de competências em relação à história, filosofia e sociologia da ciência, em articulação com a Psicologia do Desenvolvimento e a Psicologia do Conhecimento. Para esta autora:

> O que estamos propondo implica a consideração de pelo menos três aspectos psicológicos: 1. a formação de conceitos e seu sistema lógico de representação; 2. a tomada de consciência destes conceitos e desta lógica; 3. a interação social que caracteriza a situação didática na qual são construídos. Considerar essa proposta implica em considerar que a avaliação é mais do que a aferição das respostas 'certas' ou 'erradas' de uma pessoa em situação de aquisição de novas competências. Assumir esta proposta significa considerar a avaliação como uma etapa que alimenta a própria prática didática, uma vez que se considere, para os contextos de ensino e aprendizagem, três tarefas distintas e articuladas: 1. a avaliação das competências dos alunos e de suas dificuldades e a análise da relação entre competências e dificuldades; 2. a sistematização da prática didática e psicopedagógica em termos de objetivos e descrição das atividades propostas, tendo em conta a avaliação e análise referidas; 3. uma análise minuciosa do desenvolvimento das atividades propostas (Fávero, 2009 a, p. 22, tradução nossa).

Em suma, estamos, como esta autora, defendendo que a formação do profissional que lida com o ensinar e o aprender deve abranger as competências para a sistematização dos dados colhidos na situação didática ou psicopedagógica a respeito das aquisições conceituais particulares das áreas de conhecimento, dados que serão, em suma, o fundamento para a mediação desse conhecimento e para sua avaliação (ver Miguel, (2005)).

Ou seja:

> Trazendo esta discussão para a instituição educacional como um todo e para escola em particular, nos cabe propor que não podemos separar a análise do desenvolvimento cognitivo da análise da experiência do sujeito. É por isso que, de acordo com o raciocínio que temos desenvolvido – e isto é fundamental para uma mudança de perspectiva na análise do ensinar e do aprender –, <u>tanto uma aprendizagem bem sucedida como a dificuldade vivida numa situação de aprendizagem nos fornecem dados sobre o desenvolvimento cognitivo</u>. Em resumo, é esta ideia que está implicada quando se adota uma abordagem <u>construtivista</u> para a análise do ensinar e do aprender. Do mesmo modo, é essa ideia que está implicada quando se considera o ser humano um <u>construtor ativo do seu desenvolvimento</u> nessa mesma análise (Fávero, 2008, p. 24, grifos da autora).

Referências

Angelucci, A. B., Kalmus, J., Paparelli, R., & Patto, M. H. S. (2004). O estado da arte da pesquisa sobre o fracasso escolar (1991-2002): um estudo introdutório. *Educação e Pesquisa. 30*(1), 51-72.

Bay-Williams, J. (2001) What is algebra in elementary school? *Teaching Children Mathematics, 4*, 196-210.

Howson, A. G., & Wilson, B. (Eds.). (1986). *School Mathematics in the 1990s*. Cambridge, GB: Cambridge University Press.

Fávero, M. H. (1994). *A prova de matemática: análise da articulação de fatores cognitivos e sócio-culturais da avaliação formal*. Relatório de Pesquisa / CNPq.

Fávero, M. H. (1999). Desenvolvimento cognitivo adulto e a iniciação escolar: a resolução de problemas e a notação das operações. *Temas em Psicologia, 7*(1), 79-88.

Fávero, M. H. (2001). Regulações cognitivas e metacognitivas do professor: uma questão para a articulação entre a psicologia do desenvolvimento adulto e a psicologia da educação matemática [Trabalho Completo]. Em *I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática* (p. 187). Curitiba: Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática.

Fávero, M. H. (2005a). Desenvolvimento psicológico, mediação semiótica e representações sociais: por uma articulação teórica e metodológica. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 21*(1), 17-25.

Fávero, M. H. (2005b). *Psicologia e Conhecimento. Subsídios para a análise do ensinar e aprender*. Brasília: EDUnB.

Fávero, M. H. (2007). Paradigme personnel et champ conceptuel: implications pour les situations didactiques. Em M. Merri (Org.), *Activité Humaine et Conceptualisation* (pp. 625-634). Toulouse, França: Presses Universitaires du Mirail.

Fávero, M. H. (2008). *A mediação do conhecimento nas Ciências da natureza e na matemática : questões conceituais, prática de ensino e pesquisa*. Brasília: CEAD/UnB.

Fávero, M. H. (2009a). La psicología del conocimiento y la construcción de competencias conceptuales en la escuela. *Revista Internacional Magistério, 7*(39), Junio-Julio, 18-22.

Fávero, M.H. (2009b). Os fundamentos teóricos e metodológicos da psicologia do conhecimento. Em M. H. Fávero & C. da Cunha (Orgs.), *Psicologia do Conhecimento. O diálogo entre as ciências e a cidadania* (pp. 9-20). Brasília: Liber Livro.

Fávero, M. H., Maurmmann, E. A. C., & Souza, C. M. G. de. (2003). Desenvolvimento adulto e escolaridade: um estudo sobre a resolução de problemas dedutivos. *Psicologia em Revista, 10*, 92-107.

Fávero, M. H., & Neves, R. S. P. (2007). Division and rational numbers in research: bibliographic revision, analysis and theoretic-methodological proposal [Trabalho Completo]. Em *XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (p. 10), Santiago de Querétaro: Comité Interamericano de Educación Matemática.

Fávero, M. H, & Pimenta, M. L. (2006). Pensamento e linguagem: a língua de sinais na resolução de problemas. *Psicologia: Reflexão e Crítica, 19*(2), 25-36.

Fávero, M. H., & Soares, M. T. C. (2002). Iniciação escolar e a notação numérica: Uma questão para o estudo do desenvolvimento adulto. *Psicologia: Teoria e Pesquisa, 18*(1), 43-50.

Fernandes, S. H. A. A., & Healy, L. (2007) Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 10*, 59-76.

Keijzer, R., & Terwel, J. (2001). Audrey´s acquisition of fractions: A case study into the learning of formal mathematics. *Educational Studies In Mathematics, 7*, 53-73.

Mattos, C. L. G. (2005). O conselho de classe e a construção do fracasso escolar. *Educação e Pesquisa, 31*(2), 215-228.

Miguel, A. (2005). História, filosofia e sociologia da educação matemática na formação do professor: um programa de pesquisa. *Educação e Pesquisa, 31*(1), 137-152.

Ministério da Educação e do Desporto. (1997). *PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática – 1ª e 2ª ciclos*. Brasília: Secretaria de Educação Básica.

Moskal, B. M., & Magone, M. E. (2000). Making sense of what students know: examining the referents, relationships and modes students displayed in response to a decimal task. *Educational Studies Mathematics, 43*, 313-335.

Nesher, P., & Kilpatrick, J. (Eds.) (1990). *Mathematics and Cognition: a research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Cambridge, GB: Cambridge University Press.

PISA. (2003). *Estrutura de Avaliação: conhecimentos e habilidades em matemática, leitura, ciências e resolução de problemas*. São Paulo: Editora Moderna.

SAEB. (2003). *Relatório/Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais*. Brasília: O Instituto.

Santos, A. dos. (2005). *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atual no ensino fundamental*. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Silva, M. J. F.(2005). *Investigando saberes de professores do ensino fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série.* Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Sinclair, A, & Scheuer, N. (1993). Understanding the written system: 6 years-olds in Argentina and Switzerland. *Educational Studies in Mathematics 24*(2), 1-23.

Wallen, E., Plass, J. L., & Brünken, R. (2005). The Function of Annotations in the Comprehension of Scientific Texts: Cognitive Load Effects and the Impact of Verbal Ability. *Educational Technology Research and Development, 53*(3), 59-72.

Recebido em: 21/05/2008
Reformulado em: 06/07/2009
Aprovado em: 16/07/2009

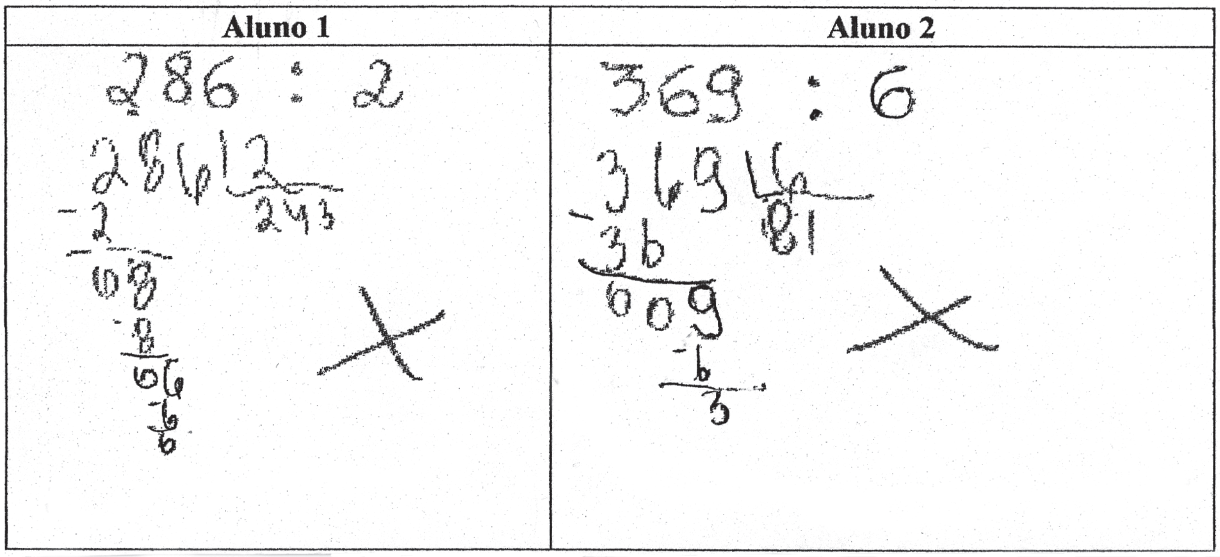
Sobre as Autoras

Maria Helena Fávero
Professora Dra. do Programa de Pós-Graduação em Processos Desenvolvimentais e da Saúde, do Departamento de Psicologia Escolar e do Desenvolvimento da Universidade de Brasília.

Regina da Silva Pina Neves
Mestre, Professora Dra. da Faculdade Jesus Maria José (FAJESU).
Financiado pelo CNPq.

ANEXO 1

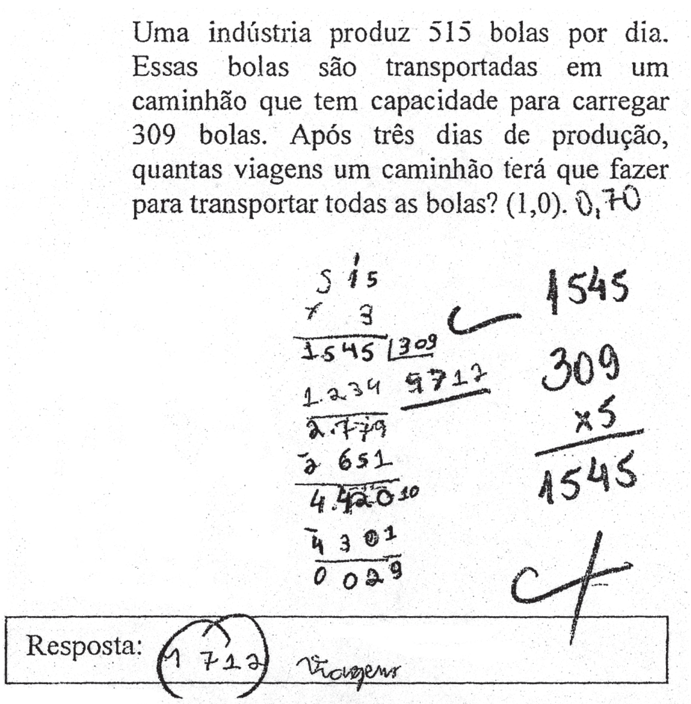
Na atividade proposta de "arme e efetue", dois alunos de 4ª série do Ensino Fundamental do DF produziram os registros abaixo. Por favor, após sua análise, responda (ou complete) questões abaixo.



1) O aluno 1 apresentou dificuldades em...;
2) O aluno 2 apresentou dificuldade em...;
3) Se você fosse professor(a) desses alunos, como conduziria sua prática a partir desses registros?;
4) Você considera esse tipo de atividade importante para a aprendizagem da divisão? Por quê?

ANEXO 2

A resolução abaixo foi elaborada por um aluno da 5ª série do Ensino Fundamental do DF. Como podemos ver, o(a) professor(a) considerou a produção da atividade mais ou menos inadequada. Por favor, após sua análise, responda (ou complete) as questões abaixo.



Uma indústria produz 515 bolas por dia. Essas bolas são transportadas em um caminhão que tem capacidade para carregar 309 bolas. Após três dias de produção, quantas viagens um caminhão terá que fazer para transportar todas as bolas? (1,0). 0,70

Resposta: 1712 viagens

a) Na correção do(a) professor(a), o aluno em questão recebeu 0,7 para esse item de valor 1,0 ponto. Você concorda com essa correção? Por quê?
b) Do lado direito do registro, há um registro do(a) professor(a), o que você pensa sobre ele?
c) O aluno apresentou dificuldade em...
d) Se você fosse professor(a) desse aluno, como conduziria sua prática a partir desse registro?
e) Você considera esse tipo de atividade importante para a aprendizagem da divisão? Por quê?

ANEXO 3

As resoluções abaixo foram elaboradas por dois alunos da 7ª série do Ensino Fundamental do DF e não foram corrigidas por um professor. Por favor, após sua análise, responda (ou complete) as questões abaixo.

3. Uma digitadora fez $\frac{2}{5}$ do seu trabalho em uma hora exatamente. Quanto tempo ela irá gastar para fazer o trabalho inteiro?

$60 \lfloor 2$ — $\frac{1}{5}$ em meia hora $= \frac{2}{5}$ em uma hora
$60 \quad 3$

3. Uma digitadora fez $\frac{2}{5}$ do seu trabalho em uma hora exatamente. Quanto tempo ela irá gastar para fazer o trabalho inteiro?

se em 1 hora ela faz $\frac{2}{5}$. Então em duas hora ela faz 1 inteiro

a) O Aluno 1 ...
b) O Aluno 2 ...
c) Se você fosse professor(a) desses alunos, como conduziria sua prática a partir desses registros?
d) Você considera esse tipo de atividade importante para a aprendizagem dos números racionais? Por quê?

ANEXO 4

Você viu nas Casas Bahia um Micro System do modelo que você há muito tempo tem sonhado em ter e numa promoção ótima de desconto, por apenas 364,50 reais. Porém esta promoção só vai durar 15 dias.

PROMOÇÃO
Micro System R$ 364,50

Você recebe um salário de R$ 600,00 por mês. Então resolve economizar da seguinte maneira:

1º dia - R$ 1,00
2º dia – R$ 2,00
3º dia – R$ 3,00
4º dia – R$ 5,00
5º dia – R$ 8,00
6º dia – R$ 13,00
E assim por diante.

Se você economizar um pouco cada dia, quantos dias você precisará economizar para ter o dinheiro suficiente para comprar o Micro System?

ANEXO 5

Tabela 1: As resoluções elaboradas por 7 diferentes alunos da 1ª situação problema.

Resolução 1	2 2 6,34 x 6 38,04 cm.
Resolução 2	2 2 oL 6,34 6 38,0 4
Resolução 3	6,34 6,34 + 6,34 19,02cm + 6,34 6,34 6,34 19,02cm 19,02 + 19,02 38,04cm
Resolução 4	~~6,34~~ 2 2 6,34 cm × 6 38,04cm
Resolução 5	1 6,34 + 6 de 6,40 cm
Resolução 6	1 6,34 + 6 6,40 R6,40 BÍNHARETA
Resolução 7	634 + 6 6,40 R= teu 6,40 de lápis.