

Quando a operação divisão pode ser ensinada?

When can the division operation be taught?

Eliane Gerhardt¹

DOI: 10.51207/2179-4057.20220026

Resumo

Há variadas razões para o aprofundamento dos estudos no Campo Conceitual da Divisão nos seus principais significados: partição e quotição, ideias diferentes com a mesma invariável – a relação inversa entre o quociente e o divisor. Tal conhecimento foi testado nesta pesquisa através da resolução de problemas partitivos e quotitivos entre crianças de escolarização inicial (não instruídas sobre divisão) e em crianças de variadas idades inseridas nos anos iniciais do Ensino Fundamental (com instrução sobre divisão) e foi constatado que todas conseguem realizar o processo por partição e quotição. As 20 crianças escolhidas aleatoriamente foram classificadas em um mesmo grupo de desempenho, pois as observações demonstraram que as crianças sem instrução sobre divisão se encontram fazendo o mesmo processo das crianças com instrução sobre divisão, porém com dúvidas ao fazer a notação pelo algoritmo (processo ainda não sistematizado para os pequenos de 6 a 7 anos). Os resultados inserem-se em um quadro teórico de desenvolvimento que analisa as relações entre os conhecimentos procedurais (desempenho em problemas de divisão por partição e quotição) para os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental demonstrando ser possível trabalhar a divisão a partir do primeiro ano escolar.

Unitermos: Divisão. Partição. Quotição.

Summary

There are several reasons for deepening the studies in the Conceptual Field of the Division in its main meanings: partition and quotation, different ideas with the same invariable – the inverse relationship between the quotient and the divisor. Such knowledge was tested in this research through the resolution of partitive and quotative problems among children of initial schooling (not instructed on division) and in children of different ages inserted in the initial years of Elementary School (with instruction on division) and it was found that all of them can carry out the process by partition and quotation. The 20 children chosen at random were classified in the same performance group, because the observations showed that children without division instruction are doing the same process as children with division instruction, but with doubts when making the notation by the algorithm (process still not systematized for children aged 6 to 7 years). The results are part of a theoretical development framework that analyzes the relationships between procedural knowledge (performance in problems of division by partition and quotation) for students in the early years of Elementary School, demonstrating that it is possible to work the division from the first year of schooling.

Keywords: Division. Partition. Quotation.

Trabalho realizado no Colégio Estadual Dr. Carlos Pinto de Albuquerque, Barra do Ribeiro, RS, Brasil.

Conflito de interesses: A autora declara não haver.

1. Eliane Gerhardt - Mestre em Letras pelo Centro Universitário Ritter dos Reis, Porto Alegre; Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica (FAPA); Graduada em Pedagogia - Supervisão Escolar (FAPA), Barra do Ribeiro, RS, Brasil.

Introdução

Este artigo se propõe a refletir sobre o campo conceitual da divisão, operação que ainda assusta muitos estudantes de qualquer nível de ensino. Se podemos beneficiar as crianças pequenas com a ensinagem da divisão, essas poderão refletir uma nova geração de alunos que passem a realizar cálculos e a fazer seus arranjos mentais com a experimentação, o que vai facilitar o aluno a realizar a operação de forma correta, submetendo-se aos conteúdos que vão exigir domínio desta operação, isto é, entender uma situação-problema e pensar matematicamente sobre ela.

Ao iniciar a escolarização, as crianças têm grandes expectativas quanto ao uso do caderno, a aprender a ler, a escrever e a fazer cálculos. Os alunos que ingressam na escola já trazem um conhecimento prévio – uma bagagem vinda do meio onde vivem – e o uso de uma linguagem própria, na qual há conceitos já formados sobre alguns aspectos cognitivos. É raro encontrarmos uma criança na escolarização inicial que não tenha o conceito de *mais*, *menos*, *maior*, *menor*, *muito*, *pouco*, *dentro*, *fora*, *somar*, *retirar*, *multiplicar combinando brinquedos* e, até mesmo, *dividir*. Mas, então, por que a divisão é considerada uma operação tão difícil na escola?

Há um senso comum que opina ser a divisão a operação mais difícil. O que diriam sobre ensinar a dividir para crianças com 6 anos? Seria isso possível? Certamente é possível, pois as crianças vivenciam a compreensão da divisão ao partilhar os brinquedos, o lanche, os materiais escolares – entre tantas outras situações – e, mesmo querendo ficar com uma quantidade maior, sabem que o correto é uma divisão justa e igualitária. São capazes, mesmo tão pequenas, de fracionar uma bala, um bombom, uma bolacha, frutas ou outros alimentos para dividir com um colega ou mais.

Uma série de estudos vem trazendo a ideia de mudança no ensino das operações a partir do final dos anos 1980, no Brasil, devido às Teorias dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (1996). Este texto, fundamentado nos estudos de Nunes e Bryant (1997), vem mostrar que não há uma ordem para ensinar as quatro operações e apresenta duas categorias no campo conceitual da divisão:

a partição (correspondência termo a termo: o tamanho do conjunto é desconhecido, porém o todo é compartilhado entre um número conhecido de conjuntos para determinar o tamanho de cada um) e *a quotição* (envolve um total que deve ser dividido em quotas estabelecidas: a quantidade de conjuntos é desconhecida, mas o tamanho dos conjuntos iguais é conhecido), uma divisão por quotas ou divisão medida: o todo é medido em conjuntos de determinado tamanho.

Método de pesquisa

Os participantes do estudo foram 20 crianças entre 6 e 12 anos, sendo quatro de cada um dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola da cidade do interior do Rio Grande do Sul, que contempla no currículo escolar a operação divisão por partição somente no final do terceiro trimestre a partir do 2º ano. Foram escolhidos aleatoriamente pelos professores titulares, e cada aluno foi avaliado individualmente pela pesquisadora no início do terceiro trimestre.

Algumas situações-problema foram disponibilizadas para crianças a partir de 6 anos com a ideia de partição e quotição (Nunes & Bryant, 1997). As crianças de 6 e 7 anos (1º e 2º ano) testadas para este estudo não foram instruídas pela escola para a operação divisão. As crianças dos anos mais avançados (do 3º ao 5º ano) já haviam recebido instrução sobre a operação divisão, mas tal habilidade ainda não havia sido trabalhada pelo currículo escolar até o início do terceiro trimestre.

Para as testagens, a pesquisadora disponibilizou tarefas caracterizadas como situações-problema, oralmente para as crianças que não sabiam ler e em fichas para os leitores, utilizando para material de contagem algumas coleções como, por exemplo, bebês e balões, carros e meninos, animais e meninos, flores e meninas, aviões e crianças, roupas e bonecos, entre outras combinações feitas entre as coleções. Cada participante da pesquisa realizou uma situação-problema de partição sem resto e com resto, e uma situação-problema de operação divisão por quotição com resto e sem resto. Todos os encontros foram filmados e fotografados para registro de dados e arquivo de estudos.

Os exemplos foram convencionados da seguinte forma: foi usada a letra “P” para os problemas de partição e a letra “Q” para os problemas de quotição. Cada exercício foi apresentado para a criança representá-lo manipulando o material que foi explorado pela pesquisadora e retirado para que a criança fizesse a notação ou relatório do exercício.

Resultados

Descreve-se na sequência a síntese dos resultados da pesquisa.

P1 – Na fazenda Cavalos Selvagem, há 10 cavalos para serem vacinados por 2 veterinários. Quantos animais cada veterinário vai vacinar?

Ao questionar o aluno sobre a divisão realizada, este mostrou compreensão das relações envolvidas no problema:

- *Quantos cavalos havia ao todo?* (Contou apontando com o indicador e disse que eram 10.)
- *Tu vais dividir os cavalos para quantos veterinários?*
- *Para 2.*
- *Tem que ficar igual.*
- *Quantos cavalos cada veterinário vai vacinar?* (Contou novamente e disse que eram 5.)
- *Se juntarmos os cavalos vacinados pelos dois veterinários, quantos cavalos teremos?*

Pensou e rapidamente disse: 10.

A literatura (Kornilaki & Nunes, 1997; Selva, 1998) mostra que problemas de partição são mais fáceis porque a noção que a criança tem de divisão é derivada de suas práticas sociais, dividindo um todo em partes iguais até que não sobre nada.

Q1 – Na fazenda Cavalos Selvagem, o domador de cavalos vai cortar a crina de 10 cavalos, mas só podem ir 2 cavalos de cada vez. Quantos grupos de cavalos vão cortar as crinas? (Figura 1)



Figura 1 – Atividade com divisão quotitiva e respectiva notação. Fonte: dados da pesquisa.

Ao explorar o aluno de 7 anos (sem instrução sobre a divisão) sobre as relações pertinentes a esta situação-problema, percebeu-se que ficou pensando para responder e, mesmo respondendo certo, demonstrou ter dúvidas:

- *Quantos cavalos tem na história lida?*
- *Quantos domadores de cavalos tem?*
Ficou pensando e disse:
- *Aqui só tem um.*
- *Quantos cavalos podem entrar de cada vez?*
- *Dois.*
- *Quantos grupos de cavalos tu formaste?*
- *Dois!?*

Ficou em dúvida e logo me olhou esperando aprovação ou não.

Após as testagens, passamos a brincar com todos os dez jogos que havia para dividir, sendo notável que, para os próximos problemas, já demonstravam mais facilidade para resolvê-los nos problemas de partição e quotição, salientando que os problemas de partição são de maior domínio dos pequenos.

P2 – Os bebês gostam de balões. Há 12 balões para distribuir entre 6 bebês. Quantos balões cada bebê vai ganhar? (Figura 2)

Observe que cada um dos bebês já possuía um brinquedo (bola ou urso) e essa informação não atrapalhou o objetivo da divisão apresentada. Ao ser questionada sobre a situação-problema resolvida, a aluna de 6 anos (sem instrução sobre a divisão) respondeu corretamente estabelecendo relações das partes para o todo.

Q2 – Tenho 10 balões e os bebês vão ganhar 3 balões cada um. Quantos bebês vão ganhar balões. Sobrou algum balão? (Figura 3)

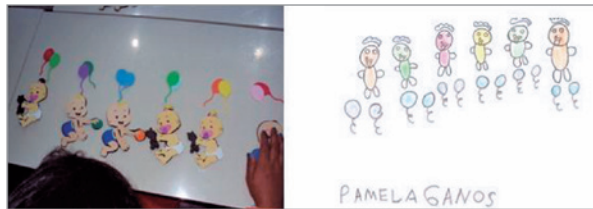


Figura 2 – Atividade divisão partitiva e respectiva notação. Fonte: dados da pesquisa.



Figura 3 – Atividade com divisão quocitiva e respectiva notação.
Fonte: dados da pesquisa

Ao determinar as quotas de balões para cada bebê, a aluna de 6 anos (sem instrução sobre a divisão) ficou com um balão na mão dizendo que ele sobrou. Questionei se poderia dar para um dos bebês, pensou e disse que um bebê ficaria com mais balões. Ao perguntar sobre o que fazer com o balão que estava sobrando, respondeu levantando o balãozinho: “vou deixar ele voar!”

Questionei se o balão que sobrou faria parte dos 10 balões da história. A aluna me pediu para ler a história e contou os balões sem contar o resto; pensou, pensou e contou novamente todos os balões incluindo o que sobrou e afirmou que sim. Fez-se, então, referência ao resto, parte da divisão que vem acrescentar complexidade à solução do exercício.

Fiz a pergunta de outra forma: *como posso saber se tenho os 10 balões da história que eu li para ti?* A aluna pensou e saiu contando os balões incluindo o que sobrou.

Os problemas de divisão medida por quotas são mais difíceis para crianças mais novas do que os problemas partitivos. Entretanto, mesmo frente às dúvidas das crianças mais novas, pode-se fazer um bom investimento na operação divisão, pois aos 6 e 7 anos começam a desenvolver uma compreensão das relações inversas entre o quociente e o divisor em situações de divisão (Nunes & Bryant, 1997).

Para os alunos maiores (com instrução sobre a divisão), foram apresentadas situações-problema com os fatos básicos da tabuada envolvendo uma numeração maior. Os alunos fizeram as suas estratégias mentais através dos arranjos corretamente, mas conseguiram fazer o registro somente através da operação multiplicação (adição repetida). Vejamos os exemplos:

P1 – Seis meninas querem enfeitar o cabelo com 24 flores. Quantas flores cada menina vai colocar no cabelo? (Figura 4)

P2 – Tenho 36 estrelas para enfeitar 9 luas numa linda noite. Quantas estrelas ficarão ao lado de cada lua? (Figura 5)

O aluno fez o arranjo da divisão corretamente, porém não conseguiu fazer a notação do seu exercício. Não está estabelecida a relação direta entre dividendo e quociente e a relação inversa entre divisor e quociente; observa-se que, ao fazer a notação, demonstrou ausência de qualquer ideia de divisão. Ao ser explorado sobre o problema, demonstrou ter dúvidas e ficou em silêncio.

Q1 – Na pescaria, os meninos pescaram 36 peixes e ensacaram de 4 em 4 para congelar. Quantos sacos de peixes eles arrumaram? (Figura 6)

Este aluno demonstrou estabelecer todas as relações de divisão, porém fez sua notação através da adição-repetida.

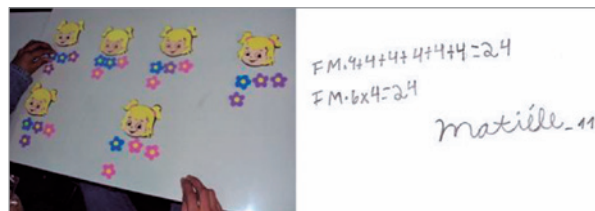


Figura 4 – Atividade com divisão partitiva e respectiva notação.
Fonte: dados da pesquisa.

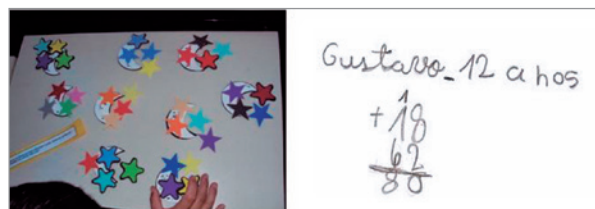


Figura 5 – Atividade com divisão partitiva e respectiva notação.
Fonte: dados da pesquisa

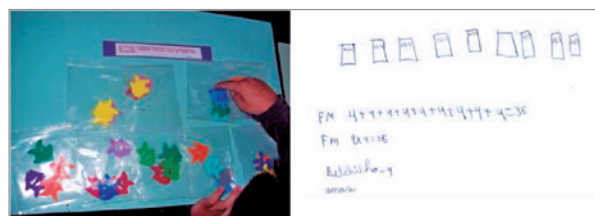


Figura 6 – Atividade com divisão quocitiva e respectiva notação.
Fonte: dados da pesquisa

Discussão

A presente pesquisa teve a intenção de mostrar como crianças com 6 anos de idade podem resolver operações de divisão por partição e por quotas mostrando um desempenho positivo, mesmo não tendo ainda recebido instrução sobre a divisão ao resolver as situações-problema. Observou-se usarem procedimentos adequados na relação um a um na divisão por partição. Realizaram a divisão por quotição corretamente, porém pediram para ler novamente o exercício e procederam agrupando os elementos e estabelecendo relações parte/todo e uso do resto quando investigadas.

Quanto aos alunos de 3º ao 5º ano, não demonstraram dificuldades ao dividir por partição, porém demoraram mais lendo e relendo para chegar ao resultado por quotição, demonstrando dúvidas ao final do exercício como, também, não fizeram uso da operação inversa e não consideraram o resto como parte do todo a ser dividido quando investigados.

Os alunos representaram no relatório equações de adição repetida, nenhum dos alunos representou a operação divisão nas notações. O que pode estar favorecendo este procedimento? Os alunos desenvolvem a habilidade de dividir paralelamente às outras operações? Os currículos contemplam as quatro operações desde o ingresso escolar? A operação divisão pode ser um das primeiras a ser trabalhada no currículo escolar? Teríamos outros resultados se o campo conceitual da divisão fosse trabalhado desde o início da escolarização?

Sugerem Nunes e Bryant (1997) que as crianças de 6 anos parecem compreender de imediato a relação inversa da divisão, porém as crianças maiores já estabelecem relações, podendo fazer a partição ou quotição com um arranjo conforme a sua forma de pensamento, fato comprovado nos estudos de Correa (*apud* Nunes & Bryant, 1997). Logo após serem estimuladas a fazer a divisão com o material concreto, passam a estabelecer uma familiaridade com as situações diversas apresentadas como domínio dos desafios, as habilidades vão se qualificando e as crianças demonstram maior facilidade nos próximos exercícios.

O ensino da multiplicação e da divisão é realizado separadamente na maioria dos programas curriculares tradicionais (Van de Walle, 2009), sendo a divisão a última operação a ser ensinada e em um tempo mais curto ao final do ano. O currículo dos anos dos alunos testados não havia contemplado a operação divisão na sala de aula; estavam, ainda, sistematizando a operação multiplicação por adição de parcelas iguais (uma das categorias da multiplicação), o que talvez tenha prevalecido ao fazerem a notação da situação-problema.

O leitor pode questionar se as crianças de escolaridade inicial, ao dividir, estabelecem relações em uma divisão antes do algoritmo. A literatura (Nunes & Bryant, 1997) afirma que sim, e as observações e testagens realizadas para este estudo são animadoras quando as crianças têm à sua frente o material concreto para ser manipulado. Percebe-se, no entanto, a dificuldade para a notação da divisão, principalmente nas turmas que não apontam a divisão como conteúdo trabalhado paralelamente às outras operações nos currículos escolares.

As pesquisas sobre resolução de problemas de divisão mostram que o nível de instrução que a criança recebeu sobre a divisão no contexto escolar influencia o desempenho das crianças que demonstram concepções mais próximas do conceito matemático da divisão.

Considerando como as crianças realizam a divisão por partição e a divisão por quotição com materiais concretos, percebe-se a diferença na tomada de decisão ao realizar um problema partitivo e um problema por quotas. No entanto, a relação inversa entre o quociente e o divisor é uma invariável na operação divisão. Portanto, parece necessário favorecer a análise por parte das crianças das diferenças apresentadas ao dividir por partição e por quotição em sala de aula.

Nos *problemas de partição*, é dada uma quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em que esta quantidade deve ser distribuída, devendo-se encontrar o tamanho de cada parte. Vejamos os exemplos: *Há 12 balões para dividir entre 6 bebês. Quantos balões cada bebê vai ganhar? Tenho 24 flores para enfeitar o cabelo de 6 meninas.*

Quantas flores cada menina vai colocar no cabelo? Para resolver problemas de partição, considera-se que o quociente a ser obtido refere-se ao tamanho das partes, que o dividendo é representado pelo todo (valor/quantidade a ser dividida), e que o divisor refere-se ao número de partes em que o todo é dividido.

Nos *problemas de divisão por quotas* é dada uma quantidade inicial que deve ser dividida em quotas pré-estabelecidas (tamanho das partes). Vejamos os exemplos: *Tenho 12 balões e os bebês vão ganhar 3 balões cada um. Quantos bebês vão ganhar balões? A professora tem 24 flores para colocar 4 flores no cabelo de cada aluna. Quantas alunas vão enfeitar o cabelo?* Para resolver problemas com divisão por quotas, considera-se que o quociente a ser obtido refere-se ao número de partes em que o todo foi dividido, que o dividendo é representado pelo todo e o divisor refere-se ao tamanho das partes (quota). Afirmam Lautert e Spinillo (2002) que os problemas de partição e quotição – mesmo mantendo os mesmos valores em ambos os tipos de problemas – não podem ser considerados de uma mesma natureza. Há uma incógnita a ser encontrada que altera a natureza da operação a ser aplicada.

Considerações

Temos uma divisão quando desconhecemos a quantidade de conjuntos ou o tamanho dos conjuntos, pois a operação divisão tem dois principais significados: partição (as partes divididas devem ser iguais, o tamanho do conjunto é desconhecido) ou quotição (a quota dada não pode ser alterada, a quantidade de conjuntos é desconhecida). O campo conceitual da divisão apresenta uma operação complexa que envolve um dividendo, um divisor que resultará no quociente, podendo sobrar resto ou não. Assim, para a solução de uma divisão, torna-se necessário dominar as quatro operações: adição,

subtração, multiplicação e divisão. Há uma relação direta entre dividendo e quociente e uma relação inversa entre divisor e quociente. O quociente é sempre menor que o dividendo, o resto é sempre menor que o divisor e o dividendo é o equivalente da soma da multiplicação do quociente pelo divisor com o resto.

Este estudo utilizou instrumentos que foram passíveis de avaliação das habilidades de dividir com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir de 6 anos apontando elementos para refletir a prática no cotidiano escolar e uma atenção na elaboração dos currículos escolares, podendo priorizar a operação divisão nos primeiros meses do currículo escolar.

Conclui-se que se as crianças, desde o início da escolarização, fizerem contato com a divisão, tão logo poderão estabelecer as relações existentes no Campo Conceitual da Divisão.

Referências

- Kornilaki, E., & Nunes, T. (1997). *What do young children understand about division?* 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Lahti.
- Lautert, S. L., & Spinillo, A. G. (2002). As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre divisão. *Psicologia Teoria e Pesquisa*, 18(3), 237-246.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Artes Médicas.
- Selva, A. C. V. (1998). Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In A. D. Schliemann, & D. W. Carraher (Orgs.), *A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa* (pp. 95-119). Papirus.
- Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Artmed.
- Vergnaud, G. (1996). A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. Palestra proferida no Seminário Campos Conceituais na Construção do Conhecimento. *Revista do Geempa*, 4, 9-19.

Correspondência

Eliane Gerhardt
R. Barão do Rio Branco, 88 – Centro – Barra do Ribeiro,
RS, Brasil – CEP 92870-000
E-mail: gerhardteliane22@gmail.com



Este é um artigo de acesso aberto distribuído nos termos de licença Creative Commons.